

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАФЕДРА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

**М.В. Гольдфарб, А.А. Насонов,
Е.Н. Липина, В.С. Еремин**

**ОБЩАЯ ФИЗИКА.
МЕХАНИКА**

*Учебно-методическое пособие
для студентов I курса физико-математического факультета*

ВОРОНЕЖ
Воронежский государственный педагогический университет
2011

УДК 531/534(07)
ББК В22
Г63

*Издано по решению
учебно-методического совета ВГПУ.
Протокол № 7 от 12.05.2011.*

Рецензент

доктор физико-математических наук, профессор *С.Н. Дрождин*

Ответственный редактор

доктор физико-математических наук, профессор *В.А. Хоник*

Гольдфарб М.В.

Г63 **Общая физика. Механика** : учебно-методическое пособие для студентов I курса физико-математического факультета / М.В. Гольдфарб, А.А. Насонов, Е.Н. Липина, В.С. Еремин. – Воронеж : Воронежский государственный педагогический университет, 2011. – 64 с.

Приводится описание установок и приборов, порядок выполнения, теоретическое обоснование, контрольные вопросы к конкретным лабораторным работам. Показано также, какими компетенциями должен обладать студент в результате выполнения лабораторных работ.

Предназначено для студентов I курса физико-математического факультета.

УДК 531/534(07)

ББК В22

© Гольдфарб М.В., Насонов А.А., Липина Е.Н., Еремин В.С., 2011
© Воронежский государственный педагогический университет,
редакционно-издательская обработка, 2011

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных целей проведения лабораторного практикума по физике является формирование у Вас, глубокоуважаемый студент, ряда специальных профессиональных компетенций, а именно:

- *демонстрировать, применять, критически оценивать и пополнять физические знания для решения профессиональных задач;*
- *понимать значение экспериментального метода физической науки и владеть навыками постановки учебного эксперимента;*
- *понимать и излагать получаемую информацию и представлять результаты физических исследований.*

Для формирования заявленных компетенций в ходе каждой работы Вам придется решать ряд задач, которые позволяют научиться:

- понимать актуальность изучаемого в данной работе физического явления
- объяснять физическую суть изучаемого в данной работе явления;
- характеризовать, давать описание объекта исследования (образец, устройство, поток частиц, излучение) и выделять его особенности;
- объяснять физические основы используемой в работе методики измерений, обосновывать последовательность действий при выполнении каждой конкретной работы;
- работать с приборами, выбирать нужный диапазон измерений (определять цену деления шкалы);
- проводить измерения, соблюдая заданные условия, грамотно и аккуратно записывать результаты в заранее составленные таблицы;
- вычислять и учитывать приборную и случайную погрешности прямых и косвенных измерений;
- представлять результаты эксперимента в виде сводных таблиц и графиков; определять параметры исследуемых функциональных зависимостей;
- анализировать полученные результаты, делать обоснованные выводы, составлять отчет по работе.

Все эти умения можно приобрести только в результате продолжительной целенаправленной самостоятельной работы и вдумчивом отношении к делу. Особенность занятий лабораторного практикума состоит в том, что они (в отличие от других учебных занятий) с первых шагов требуют Вашей самостоятельности, которая постепенно должна стать практически полной, при этом так работать нужно не только в лаборатории при сборке установки и проведении измерений, но и дома сначала при подготовке к измерениям, затем при графической, математической и литературной обработке результатов, а также при составлении отчета.

По цели, объему и содержанию лабораторные работы по физике могут резко различаться между собой. Однако все они содержат одинаковые последовательности общих по форме конкретных этапов. Более того, сравнительный анализ процессов выполнения учебной лабораторной работы и проведения научного эксперимента с использованием стандартной методики показывает, что в обоих случаях необходимо преодолевать одни и те же этапы, а именно:

- формулировка актуальности исследования данного физического явления;
- формулировка цели работы;
- постановка задачи, в основе которой лежат теоретические представления о сущности исследуемого физического явления;
- анализ физических основ метода, используемого в работе, выяснение его точности и пределов применимости;
- предварительная подготовка к выполнению работы: выяснение последовательности конкретных задач и их формулировка, выделение величин, получаемых прямыми и косвенными измерениями, составление таблиц для записи результатов измерений и их начальной обработки;
- сборка установки, проведение измерений, четкая запись результатов, регистрация характеристик и параметров используемых приборов, условий проведения опыта; прикидочная оценка значения измеряемой величины или характера исследуемой зависимости для устранения грубых ошибок; установление надежности результатов измерений;
- математическая обработка результатов измерений и оценка погрешности определения искомым величин с достаточной степенью достоверности;
- систематизация и обобщение результатов опыта, составление сводных таблиц, построение графиков;
- формулировка выводов, литературное оформление результатов опыта – написание отчета по работе.

Первые пять этапов – это Ваша самостоятельная работа до проведения измерений в лаборатории, а три последних – после их окончания. Остальные этапы работы выполняются под непосредственным руководством преподавателя и лаборанта.

Выполняя работы физического практикума, приучайте себя с самого начала выделять самостоятельно в каждой из работ все перечисленные девять этапов. Возможно, что вначале это не всегда будет получаться, какие-то этапы или моменты в них окажутся неочевидными. Обращайтесь с вопросами к преподавателю. Если сделать такой подход к работам для себя обязательным, то он постепенно станет привычным. Тем более, если преподаватель возьмёт на себя обязанность отдельно оценивать означенные этапы при защите Вами работы. А так как для выполнения лабораторных работ по всем

дисциплинам нужны практически одни и те же общие умения и навыки, то выполнение и контроль заявленных этапов работы значительно облегчит Вам также выполнение лабораторных работ, по другим дисциплинам.

Выполнение каждого этапа – это определенное действие. Система действий, связанных с осуществлением всех этапов, есть Ваша деятельность при выполнении учебного эксперимента. Овладев такой деятельностью, Вы сможете ее использовать и совершенствовать в ходе других практикумов и затем в условиях производства.

Учитывая важность этой деятельности и для обеспечения верного и сознательного ее усвоения, мы сочли целесообразным наглядно изобразить ее структуру в виде таблицы (табл. 1). В ней приведены не только действия (этапы деятельности), а также результат каждого действия, т.е. цель, на достижение которой оно направлено, и умение – качество личности, которое Вы постепенно должны вырабатывать, выполняя данное действие.

п./п.	Действия (этапы выполнения)	Знания, формируемые в ходе выполнения действия	Умения, формируемые в ходе выполнения действия	Навыки, формируемые в ходе выполнения действия
1	2	3	4	
1.	Определение актуальности исследования данного физического явления	Обобщающие знания о месте и роли исследуемого физического явления в конкретном разделе физики, всей физической науки в целом.	Формулировать системные представления о физических процессах, явлениях.	Системных обобщений, синтеза знаний.
2.	Определение цели эксперимента	Формулировка цели работы	Умение формулировать цель	Выделения частного из общего
3.	постановка задачи, в основе которой лежат теоретические представления о сущности исследуемого физического явления;	Обобщающие знания о сущности исследуемого физического явления с поиском способов экспериментальной проверки его сущностных зависимостей	Формулировать сущностные признаки и связи исследуемого физического явления.	Вычленять из всей совокупности знаний об исследуемом физическом явлении сущностные причинно-следственные связи.
4.	Изучение литературы (описания работы)	Сведения о свойствах конкретного объекта и физических основах метода его исследования	Умение обосновать выбор объекта и метода, приводящих к достижению цели	Определения из литературных данных оптимальных способов проведения эксперимента
5.	Подготовка к проведению измерений	Перечень задач работы. Схема установки. Протокол с таблицами для записи результатов измерений	Умение обосновывать последовательность задач, анализировать схему, продумывать и готовить таблицы для записи результатов	Анализа и синтеза экспериментальной работы

1	2	3	4	
6.	Подготовка установки и проведение опыта	Результаты измерений в виде таблицы	Умение работать с приборами, снимать показания, надежно их записывать, выдерживать и фиксировать условия опыта	Работы с измерительными приборами.
7.	Обработка результатов измерения. Оценка погрешности измерения искомым величин	Значения величин, измеренных прямо и косвенно, с указанием погрешности их измерения	Умение обрабатывать результаты и оценивать погрешность измерения	Работы с множеством экспериментальных данных.
8.	Систематизация и обобщение результатов опыта, составление сводных таблиц, построение графиков, формулировка выводов. Составление отчета по работе	Сводные обобщающие таблицы, графики, выводы. Отчет по работе	Умение систематизировать и обобщать результаты, представлять их графически, составлять отчет по выполненной работе	Проведения анализа, синтеза и обобщения экспериментальных данных. Сопоставление полученных результатов с заявленными целями работы. Формулировки выводов.

Результат учебного эксперимента – умение студентов проводить эксперимент, т.е. усвоенные Вами знания об эксперименте как методе исследования, о деятельности по его осуществлению и умения, необходимые для его грамотного проведения.

Выполнение лабораторной работы есть определенная последовательность действий:

подготовка к эксперименту;

- проведение измерений;
- обработка полученных результатов;
- формулировка выводов и написание отчета.

Для грамотного и быстрого их выполнения у каждого из Вас должна сложиться определенная система знаний и умений (ориентировочная основа действия), которая обеспечит правильное и рациональное исполнение действия. Другими словами, всякому действию должны предшествовать обосновывающие его знания. В данном случае это не только описание конкретной лабораторной работы, но и определенные разделы курса, а также знания по физике и математике, полученные Вами в средней школе, и умение пользоваться методическими указаниями по обработке экспериментальных результатов, назначению и устройству современных измерительных приборов.

Поэтому выполнение каждой лабораторной работы по физике необходимо начинать с изучения ее описания, и приведения знаний в систему, а именно: ясно представить себе общую цель данной конкретной лабора-

торной работы и последовательность задач, решение которых приведет к достижению окончательной цели;

- знать, какое физическое явление изучается в данной работе и какими зависимостями связаны величины его описывающие;
- знать основные особенности объекта исследования (образец, поток частиц, излучение);
- изучить и уметь объяснить физические основы используемых в работе методов измерения искомых величин;
- уметь нарисовать принципиальную схему используемой установки и знать назначение каждого из ее узлов;
- знать последовательность выполнения этапов лабораторной работы;
- иметь общее представление об ожидаемых результатах проводимого эксперимента и суметь выбрать метод, нужный для их математической обработки.

Только такая основательная и систематическая подготовка к каждой работе позволит сознательно выполнять лабораторные работы по физике и целенаправленно вырабатывать у себя необходимые для Вашей будущей деятельности умения и навыки.

Проверять степень своей готовности к выполнению каждой конкретной работы нужно с помощью приводимых ниже обобщенных контрольных вопросов. Они являются общими для всех работ физического практикума. Поэтому полезно (для экономии времени) не только обязательно отвечать на них, готовясь к работе, но и запомнить их как общий принцип подхода к выполнению лабораторных работ вообще.

Обобщенные контрольные вопросы

1. В чём актуальность проведения данной работы?
2. Какова цель работы?
3. Какие существенные связи характерны для исследуемого физического явления?
4. Каковы возможные экспериментальные пути для проверки существенных причинно-следственных связей исследуемого физического явления?
5. Что представляет собой объект исследования в данной работе?
6. Какие физические явления положены в основу экспериментального метода определения искомой величины (величин)?
7. Какие допущения сделаны в теории метода?
8. Какая теоретическая зависимость может быть проверена в данном конкретном опыте?
9. Какие конкретные задачи в ходе проведения измерений придется решать для достижения цели?
10. Каково назначение отдельных узлов экспериментальной установки?
11. Какие требования техники безопасности необходимо соблюдать при выполнении данного учебного эксперимента?

12. Какие меры нужно принимать в ходе эксперимента для предупреждения и исключения вредных воздействий на окружающую среду?
13. Какие таблицы нужны в протоколе для записи и начальной обработки результатов измерений?
14. Какие зависимости должны быть построены по полученным данным?
15. Какое уравнение (или система) позволяет найти искомую величину или нужную зависимость на основании опытных данных?
16. Какие постоянные (табличные данные, параметры образца и установки) нужны для определения искомой величины по данным опыта?
17. Как будет определена погрешность прямых измерений?
18. Как придется оценивать погрешность конечного результата?
19. Как можно проверить достоверность полученных экспериментальных результатов?
20. Совпадает ли результат эксперимента с предсказанием теории?
21. Чем вызвано расхождение результатов эксперимента и теории?
22. Можно ли сопоставить результаты эксперимента с литературными данными?
23. Достигнута ли цель работы?

На вопросы 1–9 Вы должны ответить при подготовке к работе и отразить эти ответы в конспекте. На вопросы 10–12 – при непосредственном знакомстве с установкой и в ходе беседы при допуске к работе. На последнюю группу вопросов 13–23 – в ходе опыта, обработки результатов, их систематизации и описании в отчете.

Эта система вопросов очень важна и по другой причине. Психологами установлено, что процесс приобретения и развития знаний не может протекать и даже начаться без постановки и решения самых разнообразных вопросов. Любой шаг в познании предварен вопросом о том, чем данная информация важна. Именно вопросами выражается первое пробуждение мысли. Владение умением правильно ставить вопросы не менее важно, чем нахождение способов получения ответов. Поэтому, используя принцип подхода к эксперименту заданный обобщенными вопросами, учитесь ставить и формулировать вопросы, связанные с содержанием конкретной работы.

Требования обобщенного характера к структурным элементам знаний по физике

При самостоятельном изучении всех разделов курса физики Вы имеете дело с такими понятиями, как: явление, величина, метод, закон, теория. Они будут встречаться и при подготовке к лабораторным работам. Для целенаправленного их изучения и изложения полезно знать требования обобщенного характера к этим структурным элементам научных знаний. Они могут исполнять роль планов при построении ответов.

Что нужно знать о каждом конкретном физическом явлении?

- Когда и кем открыто и впервые изучено явление?
- Внешние признаки проявления явления.
- Условия, при которых наблюдается явление.
- Механизм протекания явления (объяснение на основе современных теорий).
- Связь данного явления с другими.
- Количественные характеристики явления:
 - а) величины, характеризующие явление;
 - б) связь между величинами и формулы, выражающие эту связь.
- Примеры использования явления на практике, способы предупреждения его вредного воздействия.
- Определение явления.

Что нужно знать о каждой конкретной физической величине?

- Для чего введена данная величина?
- Общепринятое буквенное обозначение величины.
- Аналитическое выражение этой величины.
- Скалярная или векторная данная физическая величина?
- Единицы физической величины (в СИ обязательно).
- Методы измерения этой физической величины?
- Определение величины.

Что нужно знать о каждой конкретной модели?

- Название модели.
- Вид модели.
- Оригинал (прототип модели).
- Цель введения модели.
- Способ построения (описание) модели.
- Условия замены оригинала моделью.
- Определение модели.

При построении определений физических явлений, величин и моделей следует пользоваться нижеприведенными схемами.

Например:

Скорость – векторная физическая величина, введенная для количественного оценивания быстроты и направления движения тела, и равная отношению перемещения тела к промежутку времени, за которое произошло это перемещение;

Материальная точка – мысленная модель тела, введенная решения задач о его движении и взаимодействии с другими телами и построенная так, что пренебрегают формой, размерами и структурой тела, сохраняя лишь свойства инертности и гравитационности.

Что нужно знать о методе исследования каждого конкретного физического явления или измерения физической величины!?

- Для изучения какого физического явления или измерения какой физической величины применяется метод?
- Прямым или косвенным является этот метод?
- Физические основы метода.
- Области (границы) применимости метода.
- Точность метода. При каких обязательных условиях она достигается?
- Преимущества и недостатки данного метода по сравнению с другими.

Что нужно знать о каждом конкретном приборе?

- Название и марка (тип) прибора.
- Назначение прибора, т.е. для измерения каких физических величин или получения каких сигналов предназначен прибор.
- Одноцелевым или многоцелевым является данный прибор?
- Принцип действия прибора (желательно).
- Основные узлы (части) прибора и их назначение.
- Пределы значений величин или сигналов, допускаемые при работе с прибором.
- Правила обращения (работы) с прибором.
- Погрешности или предел допускаемой погрешности прибора.
- Условное изображение прибора на схемах.

Что нужно знать о законе?

- Кем и когда открыт закон?
- Связь между какими величинами выражает закон?
- Формулировка закона.
- Аналитическое выражение (формула, выражающая закон).
- Опыты, подтверждающие справедливость закона.
- Примеры учета и использования закона.
- Границы применимости данного закона.

Что нужно знать о каждой конкретной теории?

- Кем и когда создана теория?
- Основные положения теории.
- Факты, послужившие основанием для разработки теории.
- Математический аппарат теории (основные уравнения).
- Круг явлений, объясняемых данной теорией (пределы применимости теории).
- *Явления* и свойства материи, предсказанные теорией.

Начальная обработка результатов измерений

Особенность данного этапа обработки в том, что его выполняют сразу после получения экспериментальных данных, т.е. прежде чем разобрана рабочая установка. Это позволяет при необходимости проверить отдельные точки, участки или даже всю зависимость в целом. В ходе такой обработки Вы сможете увидеть, значений каких величин (или постоянных параметров) у Вас еще нет, понять, откуда они могут быть взяты.

Начиная обработку результатов сразу после их получения, т.е. на лабораторном занятии, действуйте в такой последовательности:

- постройте зависимость между величинами по данным опыта, если они непосредственно измерялись;
- сопоставьте вид полученной зависимости с теоретически предполагаемым;
- определите однократно из графика значение нужной величины;
- вычислите конечный результат, используя данные 28 графика.

Иногда оказывается, что величины, зависимость между которыми должна быть построена, непосредственно не измерялись. Тогда начинать обработку придется в иной последовательности, а именно:

- вычислите, используя данные опыта, и запишите в таблицу значения величин, необходимых для построения графика; если экспериментальных данных много, то можно брать пока значения через точку (или даже через две), это сократит объем и ускорит работу;
- постройте зависимость между величинами, используя результаты вычислений;
- сравните вид полученной зависимости с предполагаемым теоретически.

После того, как график построен, обработку продолжайте как и в предыдущем случае.

Требование на занятии успевать не только получить данные, но и построить снятую зависимость должно стать для Вас обязательным правилом.

Построенную зависимость и протокол с таблицами данных предъявите преподавателю для проверки и окончательной подписи. Хорошо, если тут же Вы подумаете о завершении обработки результатов, т.е. представите, что нужно делать для ее окончания и уточните неясные моменты. Обсуждать вопросы обработки, имея график и результаты, уже значительно проще.

Вы уже, вероятно, обратили внимание на то, что осмысливать результаты легче, если они изображены графически. Помимо наглядности графики необходимы для определения значений отдельных величин. График – очень распространенный способ представления экспериментальных результатов. Поэтому стройте их, выполняя общепринятые правила:

- используйте только миллиметровую бумагу и карандаш;
- откладывая по оси абсцисс аргумент (переменную, условно принятую в данном эксперименте за независимую), а по оси ординат – функцию;

- выбирайте масштаб таким, чтобы он легко читался, поэтому одна клетка масштабной сетки должна соответствовать удобному числу – 1, 2, 5, 10 единиц откладываемой величины;
- пишите на осях числовые значения только для крупных единиц масштаба, делайте это за пределами графика (левее оси ординат и ниже оси абсцисс);
- стройте ту область значений, которая была исследована в опыте;
- не давайте начало координат (точка 0, 0), если это не имеет особого физического смысла (результат начального измерения);
- наносите на график все полученные при измерениях значения;
- проводите кривую плавно, по усредненным значениям, избегая изломов и перегибов;
- используйте разные обозначения точек при построении на одном графике нескольких кривых одной и той же зависимости, полученных при разных условиях опыта;
- снабжайте каждый график подрисуночной подписью (внизу листа), содержащей словесное название зависимости, которая на нем представлена, и условий ее получения, т.е. раскрывающей назначение и возможности использования графика;
- пишите обязательно на обратной стороне графика свою фамилию и номер группы.

Окончательная обработка результатов измерений

Общеизвестно, что принципиально невозможно измерить абсолютно точно значение какой-либо физической величины. Поэтому всегда необходимо учитывать полную погрешность опыта и указывать ее в окончательном результате. Полная погрешность опыта складывается из:

- погрешности, связанной с неидеальностью объекта исследования;
- погрешности метода;
- приборных погрешностей;
- ошибок, связанных с проведением данного конкретного опыта – промахи, систематические и случайные ошибки.

Все виды перечисленных погрешностей, кроме случайных, могут быть оценены и практически учтены или устранены еще до начала систематических измерений.

При выполнении работ физического практикума Вы не учитываете ошибок, обусловленных неидеальностью объекта исследования и самим методом. Допускается, что объект идеален, а метод позволяет верно наблюдать и достаточно точно оценивать изменение величины. Конечно, это далеко не всегда так, поэтому в описании работы бывают специально оговорены условия, ограничивающие применение метода. Нужно учиться подходу к учету таких ошибок. Это Вам пригодится в дальнейшей экспериментальной работе.

Оценку погрешности измерения величины для конкретной работы начинайте с расчета и указания в протоколе приборной погрешности. Об этом уже говорилось в разделе "Как проводить измерения". Помните, что погрешность прибора нужно определить обязательно в конце данной работы, пока все приборы перед Вами. Выработайте привычку кончать работу и разбирать установку только после того, как записаны погрешности приборов и выполнена предварительная обработка результатов измерений.

По результатам опыта Вы оцениваете случайные ошибки. Это можно сделать только после проведения достаточно большого числа измерений. Общепринятый метод вычисления случайной погрешности основан на предположении о том, что распределение случайных ошибок в процессе данного опыта соответствует нормальному закону распределения случайной величины.

Таким образом, проведя эксперимент, необходимо вычислять не только значение физической величины, но и погрешность ее измерения, используя особые приемы и методы, разработанные математиками, т.е. выполнять математическую обработку результатов измерений. Это следует делать, пользуясь пособиями, которые Вам рекомендованы.

Вычисление суммарной погрешности измерения величины в каждой работе имеет свои особенности. Однако схемы расчета оказываются общими для всех работ. Они должны быть усвоены, так как Вам предстоит применять их не только при выполнении физического практикума, но и в дальнейшем в работах специальных лабораторий.

Выполнение вышеприведённых рекомендаций и требований к выполнению физического практикума должно приводить к формированию заявленных в начале специальных профессиональных компетенций бакалавра физико-математического образования по специальности «физика». Более подробно с рекомендациями по выполнению физического практикума можно ознакомиться в методическом пособии Ф.П. Кесаманлы, В.М. Коликова*, а также в методическом пособии В.А. Хоник**.

* Кесаманлы Ф.П. Физика. Как правильно организовать самостоятельную работу при выполнении учебных экспериментов: методическое пособие для студентов / Ф.П. Кесаманлы, В.М. Коликов. – СПб. : Изд-во Политехнического ун-та, 2007. – 56 с.

** Хоник В.А. Оценка погрешностей измерений: методические указания / В.А. Хоник. – Воронеж : ВГПУ, 2007. – 24 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕЛ, ИМЕЮЩИХ ПРАВИЛЬНУЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ ФОРМУ

Цель работы: на примере вычисления плотности вещества тела научиться работать с измерительными приборами и вычислять погрешности измерения.

В работе используются: штангенциркуль, микрометр, весы, разновесы, тела различной формы.

Краткая теория

Плотностью вещества называют массу единицы объема этого вещества. Для определения плотности ρ необходимо знать массу m и объем V :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Массу тела можно определить с большой точностью путем взвешивания, т.е. путем сравнения с массой гирь известной величины (учитывая при этом поправку на измерение веса тела в воздухе).

Для определения объема тела измеряют его линейные размеры. При линейных измерениях наибольшей точности применяются несколько методов, из которых основными являются: а) метод линейного нониуса; б) метод микрометрического винта.

Линейный нониус.

Нониусом называют небольшую линейку N (рис.1), которая может перемещаться вдоль основного масштаба M

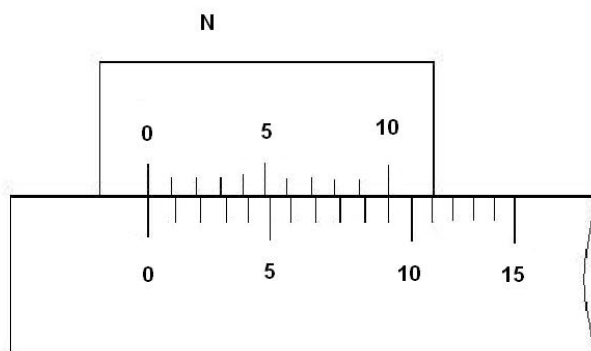


Рис. 1. Нониус

На нониусе нанесено некоторое число делений. Цена деления l_n

Находится в определенном отношении к цене деления масштаба l_m . Обычно общая длина всех делений нониуса равна длине $k \cdot n - 1$ ($k = 2, 3, \dots$) делений масштаба, т.е.

$$l_n \cdot n = l_m (k \cdot n - 1)$$

Таким образом, одно деление нониуса равно:

$$l_n = \frac{k \cdot n - 1}{n} \cdot l_m \quad (1)$$

делениям шкалы.

Разность между длиной одного деления масштаба и одного деления нониуса

$$k \cdot l_m - l_n = \frac{l_m}{n} \quad (2)$$

носит название точности нониуса, последняя, как видно из формулы, определяется ценой деления l_m масштаба и числом делений n нониуса.

В практике чаще всего применяются миллиметровые масштабы с нониусом, у которого $n = 10$, т.е. общая длина всех 10 делений, нанесенных на нониусе, равна 9 мм (если $k=2$, то 10мм). Точность нониуса в этом случае согласно формуле (2) равна 0,1мм. На рис.1 показан данный тип нониуса в увеличенном масштабе.

Кроме этого вида нониуса, часто применяются и другие, параметры которых указаны в нижеприведенной таблице:

Цена делений масштаба l_m	1	1	1	0,5	0,5
Число делений нониуса n	10	20	50	25	50
Точность нониуса	0,1	0,05	0,02	0,02	0,01

Измерения с помощью нониуса производятся следующим образом: к измеряемому телу прикладывается масштаб так, чтобы его нулевое деление совпадало с одним концом тела (А), к другому концу (В), который, допустим, приходится между 4 и 5 делениями масштаба, прикладывают нониус N его нулевым делением. Как видно из рис. 2, нониус смещен вправо и его нулевое деление лежит между 4 и 5 делениями шкалы масштаба. Следовательно, измеряемая длина тела больше 4 и меньше 5 единиц длины масштаба М (например, X мм). Пусть это смещение будет равно 4+X. Найдем величину X.

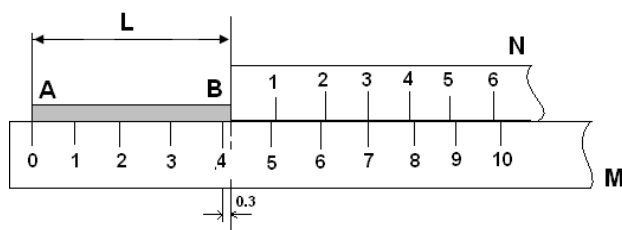


Рис. 2. Определение размера тела с помощью нониуса

Так как цена делений масштаба М и нониуса N различна, то на некотором расстоянии от начала одного из делений нониуса совпадает с делением масштаба. Обращаясь к рис. 2 мы видим, что третье деление нониуса точно совпадает с седьмым делением шкалы. Так как деление нониуса короче деления шкалы на 0,1 мм, то расстояние между шестым делением масштаба и вторым делением нониуса равно 0,1 мм между пятым делением масштаба и первым делением нониуса 0,2 мм и между четвертым и ну-

левым делениями 0,3 мм. Это и есть неизвестная величина X . Таким образом, длина тела L равна 4,3 мм, Отсюда выводим простое правило для измерения при помощи нониуса: отсчитывают число целых миллиметров смещения нуля нониуса, а затем находят его совпадающий штрих. Номер этого штриха дает число десятых долей миллиметра, которое прибавляется к числу целых миллиметров.

Иногда совпадения делений нониуса и масштаба не наблюдается.

В этих случаях берут номер того деления нониуса, для которого наблюдается лучшее совпадение. Очевидно, при этом мы делаем ошибку меньше половины величины $\frac{l_m}{n}$.

Отсюда следует, что ошибка при измерениях с нониусом не может превышать половины его точности.

Штангенциркуль

Штангенциркуль обычно применяется для измерения длин до 25–30 см, но есть приборы этого типа, рассчитанные и на большие величины. Штангенциркуль (рис.3) представляет собой масштабную линейку, снабженную двумя выступами. Выступ А неподвижен, выступ В присоединен к обойме Q, свободно скользящей вдоль линейки. Средняя часть обоймы вырезана и на краю выреза нанесен нониус. Когда выступы А и В соприкасаются, нуль нониуса совпадает с нулем масштабной линейки.

Для определения размеров тела раздвигают выступы штангенциркуля, помещают между ними измеряемое тело и перемещают подвижный выступ до плотного соприкосновения с измеряемым телом.

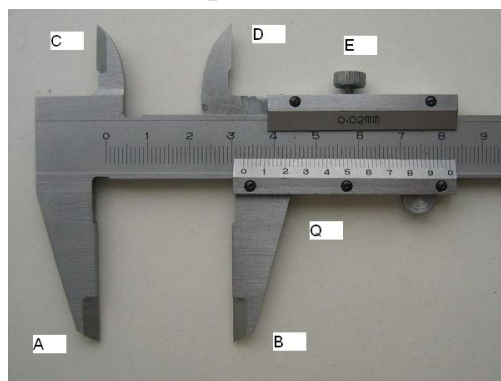


Рис. 3. Внешний вид штангенциркуля

Отсчет размера тела производится при помощи нониуса по вышеизложенному правилу, причем штангенциркуль дает искомую величину с той точностью, какую допускает его нониус. Для измерения расстояния между точками или внутренних размеров тела (например, отверстий) штангенциркуль имеет в верхней части дополнительные заостренные выступы (С и Д). При подобных измерениях эти выступы вводятся в измеряемое отверстие и там раздвигаются до соприкосновения со стенками, после

чего производятся отсчеты по шкале масштаба и нониуса обычным путем. Хвостовая часть штангенциркуля К может быть использована для измерения глубины внутренних отверстий. С помощью винта Е обойма Q может закрепляться на линейке.

При измерении штангенциркулем следует соблюдать следующие условия:

1. Прежде чем приступить к измерению, проверить совпадение нулевых делений шкалы и нониуса;
2. Тело должно быть помещено в штангенциркуле параллельно масштабной линейке;
3. Тело, особенно мягкое, не следует зажимать сильно, чтобы вернее произвести измерение.

Микрометр

Микрометр применяется для измерения, главным образом, небольших длин (толщина проволок, пластинок) размерами до 25-30 мм, хотя есть такие же приборы, рассчитанные для измерения больших длин, иногда до нескольких дециметров.

Микрометры наиболее распространенного типа представляют собой массивную металлическую скобу (рис.4), в конце которой находятся друг против друга неподвижный упор А и подвижный микрометрический винт В, концы которых обращены друг к другу срезами по плоскости, перпендикулярной их длине. Шаг винта равен 0,5 мм (иногда 1мм), на барабане нанесено 50 (100) делений. Микрометрическим винтом можно измерять с точностью до $5 \cdot 10^{-3}$ мм. Вдоль внутренней неподвижной трубки М (гайки микрометрического винта) нанесен продольный штрих и неподвижная шкала в соответствии с шагом винта, то есть с ценой деления 0,5 мм (или 1 мм). Измеряемый предмет помещают между концами А и В. Вращая микрометрический винт за хвостик К, доводят их до соприкосновения с поверхностями измеряемого предмета.

Полные обороты, соответствующие миллиметрам смещения винта, отсчитываются по шкале неподвижной трубки, доли миллиметра – по совпадению делений барабана с продольным штрихом. Величина поступательного перемещения винта при совершении им одного оборота называется шагом винта. Целые числа мм отсчитываются по нижней шкале, но если после целого деления видно деление на верхней шкале, то к целому числу добавляется 0,50мм плюс число делений на барабане.

При измерениях необходимо:

- 1) определить шаг винта и число делений на барабане;
- 2) проверить нулевую точку прибора.

Когда упоры приведены в соприкосновение, что слышно по треску хроновика, нулевое деление барабана должно совпадать с продольным нулевым штрихом неподвижной трубки. Если совпадения нет, замечем пока-

зания по нулевой шкале. Это будет индивидуальная ошибка прибора. Она берется со знаком «минус» или «плюс» (в зависимости от того, прошел ли нуль шкалы барабана продольный нулевой штрих или не дошел до него). Оптическими методами достигается точность 10^{-3} мкм.

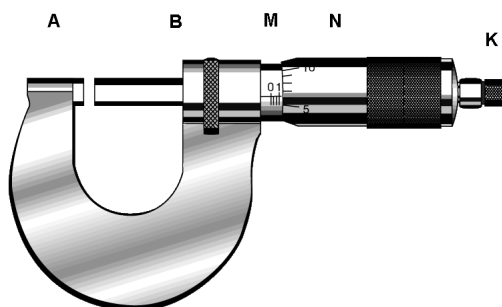


Рис. 4. Внешний вид микрометра

Взвешивание тел

Измерение массы тела принято заменять измерением его веса. Т.е. того статистического давления, которое оказывает тело на неподвижную опору. Это оказывается возможным потому, что вес и масса тела связаны известным соотношением $P = mg$, т.е. равенство веса двух тел обозначает одновременно и равенство их масс. Для определения веса тела пользуются почти всегда приборами, действие которых основано на законе рычага (весами с коромыслом). Иногда применяется метод, основанный на измерении упругих деформаций твердых тел, пружинные весы, а также некоторые типы микровесов. Рычажные весы по своей конструкции бывают различными, что объясняется главным образом, разнообразием требований, предъявляемых к ним в отношении точности взвешивания, предельной нагрузки и т.д. Для всех весов, особенно для аналитических, очень важна так называемая чувствительность весов. Она определяется величиной отклонения указателя или стрелки весов при нагрузке одной из чашечек разновесом в единицу массы (обычно 1 мг). Знать чувствительность весов важно потому, что по её величине определяют, с какой точностью можно производить взвешивания на данных весах. Практически за результаты взвешивания можно ручаться только с точностью в 0,5 деления шкалы. В лаборатории и на практике можно встретить весы различных типов (рычажные и пружинные). По точности взвешивания различают весы:

1. Для грубого взвешивания,
2. Точные (технические),
3. Аналитические,
4. Специальные.

Технические (или лабораторные) весы (рис. 5) позволяют взвешивать с точностью до 0,01 г. Грузоподъемность таких весов обычно равна 200 или 500 г.



Рис. 5. Лабораторные весы и разновесы

Важнейшей частью лабораторных весов является их коромысло. Это равноплечный рычаг, который почти без трения качается около точки опоры: для этой цели в середине коромысла установлена стальная призма с острым ребром, опирающимся на стальную пластинку, вделанную в подставку весов. Колонка весов снабжена арретиром, при помощи которого коромысло и чашки можно поднимать на то время, когда взвешивание не производится. Арретирование производится рукояткой, находящейся на передней стороне подставки весов.

К середине коромысла приделан длинный металлический указатель. Нижний конец его может передвигаться вдоль шкалы, прикрепленной к колонке весов. Взвешивание на лабораторных весах производится с соблюдением следующих правил:

1) весы устанавливают в рабочее положение по отвесу при помощи установочных ножек-винтов; а положение равновесия чашек весов – при помощи регуляторов тары, винт, находящийся на обоих концах коромысла;

2) взвешиваемое тело кладется на левую чашку весов, разновески – на правую;

3) нагрузка или разгрузка производится только при арретированных весах;

4) разновески должны находиться только в ящике (в соответствующих гнездах) или на чашке весов, и их следует брать только пинцетом;

5) арретир полностью поднимают только тогда, когда стрелка весов при качении находится на середине шкалы.

Рычажные весы дают одни и те же показания независимо от места наблюдения, а показания пружинных весов зависят от широты места взвешивания.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. На лабораторных весах определяют массу тела.
2. При помощи штангенциркуля или микрометра определяют геометрические размеры тела.
3. Измерение длины, ширины и высоты производится в пределах точности используемых измерительных приборов не менее 3- раз. На основании полученных измерений определяют среднее значение каждой величины и погрешности её измерений.
4. Вычисляют объём исследуемого тела.
5. По соответствующей формуле вычисляют плотность вещества тела.
6. Находят абсолютную и относительную ошибки.
7. Полученные результаты записывают в таблицу (см. приложение).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Принцип устройства нониуса штангенциркуля. Как определить цену деления нониуса?
2. Принцип устройства микрометра. В каких случаях следует пользоваться микрометром.
3. Правила регулировки весов и взвешивания.
4. Плотность. Единицы измерения её в системах СИ и СГС?
5. Методы оценки результатов измерений.
6. Размерность массы, веса в системах СИ и СГС.
7. Изменится ли вес тела при взвешивании в вакууме?

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т.1 : Механика. – Любое издание.
2. Физический практикум / под ред. И.В. Ивероной.

**Краткие сведения о порядке вычисления результатов измерений
(Лаб. раб. №1)**

1. Результаты каждого измерения записываются в таблицу. В данном случае производится измерение плотности тел правильной геометрической формы, где a – ширина, b – толщина, c – длина, m – масса.

n	a , мм	Δa_i	Δa_i^2	ΔS_a	α	Δa_d
1						
2						
3						
...						
	\bar{a}					

n	b , мм	Δa_i	Δa_i^2	ΔS_a	α	Δb_d
1						
2						
3						
...						
	\bar{b}					

n	c , мм	Δa_i	Δa_i^2	ΔS_a	α	Δc_d
1						
2						
3						
...						
	\bar{c}					

n	m , г	Δa_i	Δa_i^2	ΔS_a	α	Δm_d
1						
2						
3						
...						
	\bar{m} , г					

2. Вычисляют средние значения из n измерений

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_i^n a_i$$

3. Находят погрешности отдельных измерений

$$\Delta a_i = \bar{a} - a_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

4. Вычисляют квадраты погрешностей отдельных измерений

$$\Delta a_i^2$$

5. Если одно (или два) измерения резко отличаются по своему значению от остальных измерений, то следует проверить, не является ли оно промахом.

6. Определяют среднюю квадратичную погрешность результатов серии измерений

$$\Delta S_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_i^n (\Delta a_i)^2}{n(n-1)}}$$

7. Задаются значением надежности (например, в Ваших работах, как правило $\alpha = 0,9$).

(Это характеристика интервала, в данном случае 10%, в котором будут находиться Ваши измерения)

8. Существуют распределения оценивающие характер разброса результатов измерений. В нашем случае мы используем распределение Стьюдента и соответственно определяем коэффициент Стьюдента $t_{\alpha}(n)$ для заданной надежности и числа произведенных измерений n по таблице.

9. Находят границы доверительного интервала (погрешность результата измерений)

$$\Delta a_d = t_{\alpha}(n) \cdot \Delta S_{\bar{a}}$$

10. Если величина случайной погрешности результата измерений Δa_d окажется сравнимой с величиной систематической погрешности прибора (δ), то границы доверительного интервала приближенно можно оценить по формуле:

$$\Delta a_{d'} = \Delta a_d + \delta$$

(для сведения : более точно $\Delta a_{d'} = \sqrt{\Delta a_d^2 + \left(\frac{K_{\alpha}}{3}\right)^2 \delta^2}$)

где $K_{\alpha} \cong t_{\alpha}(\infty)$ ($t_{\alpha}(\infty)$ - величина при бесконечно большом числе измерений).

11. Окончательный результат записывается в виде

$$a = \bar{a} \pm \Delta a_{d'}$$

Расчет систематической погрешности.

1. В случае, когда погрешность определяется прибором, например, для какого то произвольного микрометра цена деления 0,01 мм. Это значит, что его систематическая приборная погрешность $\delta = 0,005 \text{ мм} = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$.

Напишите систематические погрешности для своих приборов.

Штангенциркуль -

Микрометр –

Рычажные весы -

Пружинные весы –

Относительная систематическая погрешность для всех четырех измерений (при определении плотности) определится $E = \frac{\Delta m}{\bar{m}} + \frac{\Delta a}{\bar{a}} + \frac{\Delta b}{\bar{b}} + \frac{\Delta c}{\bar{c}}$,

где $\Delta m, \Delta a, \Delta b, \Delta c$ – абсолютные приборные погрешности измерений массы и линейных размеров (как уже сказано равные половине цены деления прибора). $\bar{m}, \bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ – средние значения массы и линейных размеров.

2. Рассчитывается среднее значение плотности,

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\bar{a} \bar{b} \bar{c}},$$

а также абсолютная систематическая погрешность

$$\Delta\rho = E \cdot \bar{\rho}.$$

3. Результат расчета плотности и систематической погрешности ее определения представляется в виде

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho$$

В таблице представлены коэффициенты Стьюдента для малого количества измерений, что, как правило, имеет место в Ваших работах.

n \alpha	0,8	0,9	0,95	0,98
2	3,1	6,3	12,7	31,8
3	1,9	2,9	4,3	7,0
4	1,6	2,4	3,2	4,5
5	1,5	2,1	2,8	3,7
6	1,5	2,0	2,6	3,4
·				
·				
∞	1,3	1,8	2,1	2,6

Для справки:

Вид связи (математическая операция)	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность
N = A + B + ...	$\Delta N = \Delta A + \Delta B + \dots$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A + \Delta B + \dots}{\bar{A} + \bar{B} + \dots}$
N = A · B	$\Delta N = \bar{A} \Delta B + \bar{B} \Delta A$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}}$
N = A · B · C	$\Delta N = \bar{B} \bar{C} \Delta A + \bar{A} \bar{C} \Delta B + \bar{A} \bar{B} \Delta C$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}} + \frac{\Delta C}{\bar{C}}$
N = A/B	$\Delta N = \frac{B \Delta A + A \Delta B}{B^2}$	$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A}{\bar{A}} + \frac{\Delta B}{\bar{B}}$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы: Изучение законов динамики вращательного движения. Определение моментов инерции тел и проверка теоремы Штейнера.

В работе используются: маятник Обербека с блоком управления, набор грузов.

Краткая теория

Маятник Обербека (см. рис. 1) представляет собой крестовину 1, вращающуюся вокруг вертикальной оси. С крестовиной скреплен шкив 2 радиуса R , на которой можно наматывать нить с подвешенным к ней грузом 3 (m_0). Крестовина с грузами m' (8) со штифом расположены в верхней части стойки 4. Имеющаяся на стойке миллиметровая шкала позволяет измерить путь h , проходимый грузом m_0 при его падении. На верхнем 5 и нижнем 6 кронштейнах расположены фотоэлектрические датчики. При пересечении светового луча движущимся грузом сигнал первого датчика включает электронный секундомер, а сигнал второго датчика выключает его. На индикаторе секундомера 7 высвечивается время t прохождения грузом пути h (расстояние между кронштейнами). Ускорение a груза может быть найдено. На основе закона кинематики равноускоренного движения:

$$a = \frac{2h}{t^2} \quad (1)$$

Зная ускорение груза, можно по второму закону Ньютона определить силу F_n натяжения нити: $m_0 \cdot a = m_0 \cdot g - F_n$

$$F_n = m_0 \cdot (g - a) \quad (2)$$

Такая же сила со стороны нити приложена по касательной к шкиву крестовины. Момент этой силы M относительно оси вращения равен:

$$M = m_0 \cdot R \left(g - \frac{2h}{t^2} \right) \quad (3)$$

Этот момент силы в соответствии с основным законом динамики вращательного движения $M = I \cdot \beta$ вызывает ускоренное вращение крестовины с угловым ускорением β . Величина β может быть определена из взаимосвязи линейного и углового ускорения:

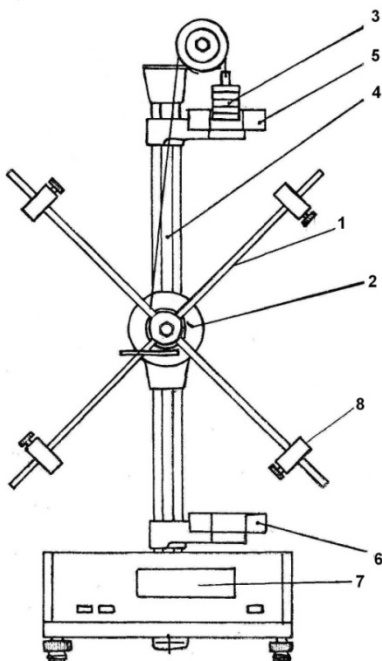


Рис. 1. Блок-схема маятника Обербека

$$\beta = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2} \quad (4)$$

На основании экспериментальных данных могут быть найдены момент силы M , действующий на крестовину и угловое ускорение крестовины. Это позволяет проверить справедливость основного закона динамики вращательного движения.

$M = I \cdot \beta$, линейную зависимость β от M , а также определить момент инерции I системы. При этом считается, что силой трения в подшипнике маятника и силами сопротивления, действующими на движущиеся тела можно пренебречь.

Момент инерции крестовины может изменяться путем перемещения грузов m' вдоль стержней. Расстояние d от центра груза до оси вращения определяется по шкале, нанесенной на стержне: должно быть одинаковым для всех грузов.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Для экспериментальной проверки основного закона динамики вращательного движения $M = I \cdot \beta$ выполняются два задания.

Задание 1. Определение момента инерции маятника I для различных значений момента силы M . Для этого случая:

$$I = \frac{M_1}{\beta_1} = \frac{M_2}{\beta_2} = \dots = \frac{M_n}{\beta_n} = const \quad (5)$$

1) Закрепить все 4 груза m' на одинаковом расстоянии от оси вращения маятника.

2) При утопленной клавише «Пуск» после нажатия клавиши «Сброс» нить наматывается на одну из ступеней шкива. Нижний край подставки грузов должен совпадать с чертой на верхнем кронштейне. После отжатия клавиши «Пуск» груз будет удерживаться электромагнитным тормозом.

3) На подставку устанавливается груз m_0 (с учетом массы самой подставки). После нажатия клавиши «Пуск» ток в цепи электромагнита выключается, груз освобождается и приходит в движение. Одновременно начинается отсчет времени. После прекращения движения с индикатора считывают время t и переходят к пункту 2. Измерения с каждым грузом проводятся 3 раза и определяется среднее значение $\langle t \rangle$. Для каждого груза m_0 по формуле (3) вычислить момент силы, а по формуле (4) - β . Результаты измерений оформляются в виде таблицы:

№ п/п	h м	R м	d ₁ м	m ₀ кг	t с	< t > с	β рад/сек	M Н·м	I кг/м ²

4) Справедливость основного закона динамики вращательного движения проверяется на основании графика зависимости углового ускорения крестовины от момента силы (при неизменном расстоянии цилиндров от оси вращения). Определяется $\operatorname{ctg} \alpha_1$ угла наклона графика.

$$m_{01} = 42z + 11z - \text{подставка } m_{02} = 84z + 11z -$$

Задание 2. Проверка соотношения

$$I_2 - I_1 = \frac{M}{\beta_2} - \frac{M}{\beta_1} \quad (6)$$

Для этого случая момент инерции маятника различен, а момент силы и радиус шкива постоянны. Момент инерции маятника можно изменить, закрепив грузы m' в новом положении d_2 относительно оси вращения маятника. Пусть I_0 – момент инерции маятника без грузов m' , а I_0' – момент инерции всех четырех грузов общей массой $4m$, относительно оси, проходящей через их центр масс. При удалении грузов m_1 на расстоянии d от этой оси их момент инерции I' относительно новой оси, согласно теореме о переносе осей вращения (теорема Штейнера), будет равен:

$$I' = I_0 + 4m' \cdot d^2 \quad (7)$$

Полный момент инерции маятника с грузами найдется по формуле:

$$I = I_0 + I' \quad (8)$$

или

$$I = I_0 + I' + 4m' \cdot d^2 \quad (9)$$

Для двух случаев размещения грузов m' на стержнях имеем:

$$I_1 = I_0 + I_0' + 4m' \cdot d^2 \quad (10)$$

$$I_2 = I_0 + I_0' + 4m' \cdot d_2^2$$

Если $d_2 > d_1$, то

$$I_2 - I_1 = 4m' \cdot (d_2^2 - d_1^2) \quad (11)$$

С другой стороны, на основании закона динамики для вращательного движения (1) имеем:

$$I_2 - I_1 = \frac{M}{\beta_2} - \frac{M}{\beta_1} \quad (11a)$$

Таким образом, уравнения (6) и (11) оказываются идентичными. Для проверки уравнения (6) необходимо:

1. Закрепить грузы m' симметрично в положении.
2. Провести те же измерения, что и в предыдущем задании, и результаты занести в таблицу 2. Положение d_1 грузов m' и результаты измерений для этого случая берутся из таблицы 1.
3. По полученным экспериментальным данным проверить справедливость (в пределах ошибок измерений) формулы (11a), следовательно, и формулы (6). $m_c = 10,2$ г (масса стержня); $R = 4,4$ см.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое момент инерции материальной точки? Момент инерции тела. Сколько значений момента инерции может иметь тело?
2. Что такое момент силы? Записать значение момента силы. Как определить направление момента силы? Что такое главный момент силы для данного тела? При каких условиях сила не создает вращающего момента?

3. Равноускоренное, поступательное и вращательное движения. Перемещение, путь, скорость, ускорение и связь между ними.

4. Второй закон Ньютона и применение его в условиях данного эксперимента.

5. Какие силы действуют на груз? Почему груз движется не с ускорением свободного падения?

6. Основной закон вращательного движения твердого тела.

7. Что такое момент импульса тела? Как определить его направление?

8. Наиболее общая запись основного закона вращательного движения (уравнение моментов).

9. Закон сохранения момента импульса в замкнутой системе. Примеры применения закона.

10. Выполняется ли закон сохранения момента импульса для незамкнутой системы? Ответ обосновать.

11. Как изменить момент инерции маятника Обербека?

12. Как определить момент инерции грузов, размещенных на спицах маятника (теоретически и экспериментально)?

13. Найти момент количества движения Земли относительно собственной оси вращения. Плотность Земли $5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

14. Маховик, момент инерции которого $63,6 \text{ кг/м}^2$, вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = 31,4 \text{ рад/сек}$. Найти тормозящий момент, под действием которого маховик остановится через 20 секунд.

ЛИТЕРАТУРА

1 Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т. 1 : Механика. Молекулярная физика. – Любое издание

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1 : Механика. – Любое издание.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: Изучение законов кинематики и динамики, поступательного движения. Измерение скорости движения тел на машине Атвуда. Проверка второго закона Ньютона и законов кинематики равноускоренного движения.

В работе используются: машина Атвуда, набор дополнительных грузов.

Краткая теория

Механическое движение это перемещение тела или его частей относительно других тел, принимаемых за неподвижные.

При описании движения, положение тела в пространстве принято задавать радиус-вектором $\vec{r}(t)$, соединяющим начало системы координат с местоположением тела (его центра тяжести), и направленным в сторону тела (рис. 1). При движении тела меняется длина и направление радиус-вектора.

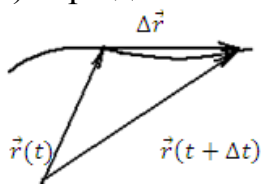


Рис. 1. Радиус-вектор тела

Совокупность точек, соответствующих положению конца вектора $\vec{r}(t)$ в различные моменты времени называется траекторией движения. Скоростью тела называется векторная величина, показывающая, как быстро меняется положение тела с течением времени:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1)$$

Скорость направлена по касательной к траектории движения тела. Численное значение скорости можно найти как производную пути S (длины траектории) по времени $V = \frac{dS}{dt}$.

Ускорением тела называется векторная величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (2)$$

При поступательном движении путь, пройденный телом за время t , и его скорость находится по формулам:

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}; \quad V = V_0 + at \quad (3)$$

где S_0 и V_0 – координата и скорость в начальный момент времени. Исключая время из формул (3) при $S_0=0$ и $V_0=0$ получаем выражение для ускорения:

$$a = \frac{V^2}{2S} \quad (4)$$

Согласно второму закону Ньютона ускорение тела равно:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (5)$$

где \vec{F} – равнодействующая всех сил, действующих на тело, m – масса тела.

Изучение законов кинематики и динамики поступательного движения в настоящей работе производится на машине Атвуда, в основе которой лежит движение грузов, соединенных нитью, перекинутой через блок (рис. 2). Рассмотрим ситуацию, когда к противоположным концам нити привязаны грузы равной массы m и на один из них положен дополнительный груз массой m_1 . Уравнения движения всех тел запишутся в виде:

$$\begin{cases} ma = T - mg \\ ma = mg - T + N \\ m_1 a = m_1 g - N'; \quad N = N' \end{cases} \quad (6)$$

где T – сила натяжения нити, N – сила давления груза массы m_1 на груз массой m , N' – сила реакции опоры.

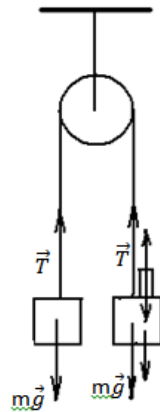


Рис. 2. Модель машины Атвуда

Совместное решение уравнений системы (6) дает:

$$a = \frac{m_1 g}{2m + m_1} \quad (7)$$

Описание установки

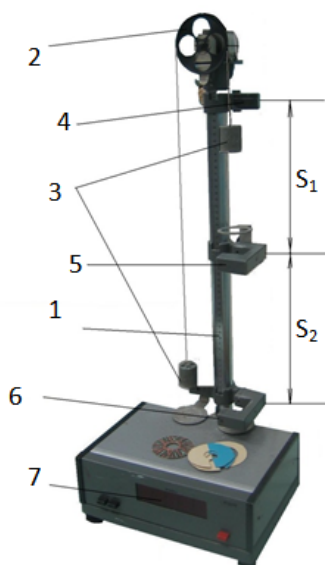


Рис.3 Машина Атвуда

Машина Атвуда в конкретном исполнении (рис. 3) представляет собой стойку 1, в верхней части которой расположен кронштейн с легким блоком 2. Исследуемая механическая система – два тела 3 одинаковой массы m , подвешенные к концам длинной нити, переброшенной через блок. На правое тело устанавливается небольшой дополнительный грузик m_1 , под действием которого, система начинает приобретаемой на пути S_1 расстояние между верхним 4 и средним 5 кронштейнами), соотношением (4). Для измерения пути на стойке имеется миллиметровая шкала.

Определение скорости производится следующим образом. На среднем 5 и нижнем 6 кронштейнах установки расположены фотоэлектрические датчики. При пересечении светового луча движущимся телом сигнал первого датчика включает электронный секундомер, а сигнал второго, выключает его. На индикаторе секундомера 7 высвечивается время t прохождения системой пути S_2 – расстояния между средним и нижним кронштейнами. Средний кронштейн имеет кольцо, которое снимает дополнительный грузик. Поэтому на участке пути S_2 система движется равномерно с конечной скоростью V , которую она приобрела при ускоренном движении:

$$V = \frac{S_2}{t} \quad (8)$$

Из формул (4) и (8) можно выразить ускорение системы на первом участке пути S_1 через величины, которые непосредственно измеряются в работе:

$$a = \frac{S_2^2}{2S_1 t^2} \quad (9)$$

Согласно соотношению (7), полученному на основании второго закона Ньютона, ускорение системы пропорционально силе тяжести дополнительного грузика $F = m_1 g$. Поэтому, измерив ускорение при разных значениях m_1 , можно проверить справедливость второго закона Ньютона и сравнить ускорение найденное по формуле (9) с теоретическим, рассчитанным из выражения (7). Трение в блоке и сопротивление воздуха при этом не учитываем.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. При утопленной клавише «ПУСК» нажать клавишу «СБРОС», после чего переместить правое тело в верхнее положение. При этом его нижняя грань совмещается с чертой на верхнем кронштейне. Клавиша «ПУСК» отжимается и система удерживается в исходном положении электромагнитным тормозом.

2. Поместить на правое тело один из дополнительных грузиков. Нажать клавишу «ПУСК», при этом система приходит в движение. После прекращения движения с индикатора считывается время t и снова переходят к пункту 1. Значения S и m_1 , при которых проводятся измерения указываются преподавателем, измерения с каждым дополнительным грузом производятся 5 раз, на основании чего определяется среднее значение t_{cp} . Результаты оформляются в виде таблицы:

Таблица

№ опыта	S_1 , см	S_2 , см.	t, с					m_1 , г	t_{cp} , с	V, см/с	a, см/с ²	$a_{теор2}$, см/с ²
			1	2	3	4	5					

3. Построить графическую зависимость ускорения системы от действующей на нее силы $m_1 g$.

4. На основании найденного в эксперименте значения ускорения a и известных масс m_1 определить из соотношения (7) ускорение свободного падения g .

5. При данной величине массы дополнительного груза m_1 построить зависимость V^2 от S_1 . Масса каждого тела $m = 60,3$ г.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Определение механического движения. Относительность движения.
2. Что такое система отсчета? Какие системы координат вы знаете?
3. Знать определение понятий: материальная точка, траектория, путь, перемещение.
4. Определение параметров кинематики (средняя и мгновенная скорость, ускорение).
5. Написать формулы кинематики равномерного и равноускоренного движения. Построить графики зависимости пути, скорости и ускорения от времени для этих случаев.
6. Сформулировать законы Ньютона.
7. Под действием какой силы тела на машине Атвуда движутся ускоренно?
8. Как на машине Атвуда измеряется мгновенная скорость ускоренно движущегося тела?

ЛИТЕРАТУРА

1. Грабовский Р.И. Курс физики / Р.И. Грабовский. – М, 1980.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М, 1982.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: Определение моментов инерции тел произвольной формы.
В работе используются: Крутильный маятник, набор тел.

Краткая теория

Момент инерции тела является мерой инертности при вращательном движении тела и зависит от распределения массы относительно оси вращения. Для отдельной материальной точки момент инерции равен:

$$J = mr^2$$

где m – масса тела, r – радиус-вектор точки относительно выбранной оси.

Для тела, которое можно представить как систему точек, момент инерции представляет:

$$J = \sum \Delta m_i r_i^2.$$

Это выражение тем точнее, чем меньше размеры частей, на которое разбивается данное тело, поэтому

$$J = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

где dV – элементарный объем, ρ – плотность тела.

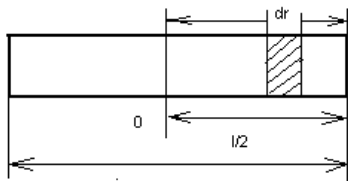


Рис. 1. К вычислению момента инерции стержня

Момент инерции тел правильной формы можно вычислить теоретически. Для примера вычислим момент инерции стержня относительно оси вращения $(0,0)$, проходящей через его центр масс, перпендикулярно оси стержня. Выделим элемент стержня массой dm (рис.1)!

Тогда для момента инерции dJ элемента стержня dm имеем $dJ = r^2 dm$, где $dm = \rho S dm$, S – сечение стержня. Момент инерции всего стержня:

$$J = 2 \int_0^{l/2} \rho S r^2 dr = 2\rho S \int_0^{l/2} r^2 dr = 2\rho S \frac{r^3}{3} \Big|_0^{l/2} = \frac{1}{12} ml^2$$

Для тел неправильной формы момент инерции определяется экспериментально. Одним из методов определения момента инерции является метод крутильных колебаний.

Описание установки

Крутильный маятник (рис. 2) состоит из рамки (1), подвешенной с помощью стальной проволоки (2) к кронштейнам (3). На кронштейне (5) закреплена, стальная плита, которая служит основанием фотоэлектрическому датчику (6), электромагниту (7) и угловой шкале (8). Электромагнит (7)

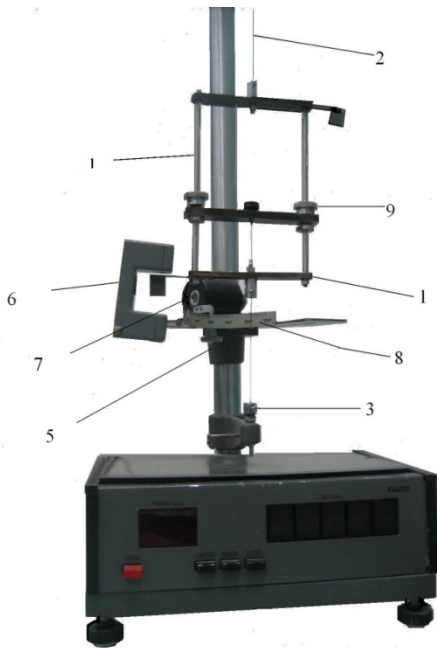


Рис. 2. Крутильный маятник

может изменять положение на плите, а его положение относительно фотоэлектрического датчика указывает на угловой шкале стрелка, прикрепляемая к электромагниту. Фотоэлектрический датчик и электромагнит соединены с миллисекундомером. Конструкция рамки позволяет закрепить грузики значительно отличающиеся друг от друга по внешним размерам. Грузики крепятся при помощи подвижной балки, которая перемещается по направляющим между неподвижными балками. Балка устанавливается путем затягивания гаек (9) на зажимных втулках, помещенных на подвижной балке.

Описание метода определения момента инерции твердых тел

При отклонении рамки от положения равновесия возникает момент сил упругости (кручения) проволоки, пропорциональный по закону Гука углу закручивания (α) и направленный в противоположную сторону: $M = -k\alpha$, где k – коэффициент упругости проволоки.

Кроме того на рамку будет действовать тормозящий момент сил трения, который в нашем случае мал по сравнению с моментом сил упругости и им можно пренебречь.

Таким образом, основной закон динамики вращательного движения для возникших крутильных колебаний, запишется следующим образом:

$$M = J\beta, \\ -k\alpha = J \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \text{ или } \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{k}{J}\alpha = 0 \quad (1)$$

Где $\beta = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – угловое ускорение, J – момент инерции рамки.

Уравнение (1) представляет собой уравнение гармонических колебаний. Его решением является функция вида:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Где α_0 – амплитуда, $\omega = \sqrt{\frac{k}{J}}$ – собственная частота, φ – начальная фаза колебаний. Период колебаний может быть найден:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}} \quad (2)$$

Таким образом, нахождение моментов инерции тел можно свести к определению периода крутильных колебаний при известном коэффициенте упругости k . Если коэффициент упругости k неизвестен, то необходимо измерить период колебаний тела, имеющего известный момент инерции $J_{эм}$. В качестве эталонного можно взять любое тело правильной геометрической формы, момент инерции которого легко рассчитать по известным формулам (например шар, диск, цилиндр).

Момент инерции шара, относительно оси, проходящей через его центр равен:

$$J = \frac{2}{5} mr^2.$$

Момент инерции диска (цилиндра), относительно его оси,

$$J = \frac{1}{2} mr^2.$$

Формулу для получения неизвестного момента инерции можно получить из следующих равенств:

$$T_{эм} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + J_{эм}}{k}} \quad (3)$$

$T_{эм}$ – период колебаний рамки с эталонным телом, J_0 – момент инерции ненагруженной рамки, $J_{эм}$ – момент инерции эталонного тела. Период колебаний рамки с эталонным телом:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{k}} \quad (4)$$

Период колебаний рамки и исследуемым телом:

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + J_x}{k}}, \quad (5)$$

J_x – неизвестный момент инерции.

Исключая из (3-5) k , для J_x можно получить следующую формулу:

$$J_x = J_{эм} \frac{T_x^2 - T_0^2}{T_{эм}^2 - T_0^2} \quad (6)$$

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Подключить прибор к сети. По очереди нажать кнопки "СЕТЬ", "СБРОС". На цифровом табло должны высвечиваться нули.

2. Отклонить рамку прибора таким образом, чтобы ее стрелка приблизилась к сердечнику электромагнита (7), который остановит рамку в заданном положении. Положение электромагнита задается преподавателем.

3. Нажать кнопку "ПУСК". При этом освобожденная рамка начнет совершать крутильные колебания. На цифровом табло будут высвечиваться число полных колебаний N и соответствующее время колебаний t . После завершения 10-20 колебаний (число колебаний указывается преподавателем) нажать кнопку "СТОП". Записать соответствующие показания N и t . Определить период колебаний $T = t/N$. Измерения повторить не менее 3-х раз и рас-

считать среднее значение периода колебаний T_0 ненагруженной рамки.

4. Поместить эталонное тело в рамке между неподвижной и подвижной балками рамки. Затягивая гайки (9) (РИС. 2) на зажимных втулках, проверить надежность крепления эталонного тела.

5. Повторяя пункты 1,2,3 определить период колебаний рамки с эталонным телом.

6. Заменить в рамке эталонное тело на тело с неизвестным моментом инерции.

7. В соответствии с пунктом 5 найти период колебаний рамки с телом, момент инерции которого необходимо определить.

8. Рассчитать по соответствующей формуле момент инерции эталонного тела $J_{эм}$. Массу тела определить на технических весах; размеры – с помощью штангенциркуля.

9. Определить неизвестный момент инерции по формуле (6), подставив в нее найденные в эксперименте T_0 , $T_{эм}$ и T_x , и рассчитанное значение $J_{эм}$.

10. Определить момент инерции того же тела относительно другой оси вращения, для чего поменять положение тела в рамке и повторить п.6,7 и 9.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции материальной точки? Единицы измерения.

2. Что такое момент инерции тела относительно оси вращения? Зависит ли момент инерции от положения оси вращения? Сколько значений моментов инерции может иметь тело?

3. Вывести формулу момента инерции стержня относительно оси, проходящей через центр инерции и перпендикулярной к стержню.

4. Вывести формулу момента инерции а) диска (цилиндра) относительно оси перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через центр инерции; б) для шара относительно оси, проходящей через центр инерции;

5. Сформулировать и записать теорему Штейнера и пояснить на рисунке.

6. Основной закон вращательного движения твердого тела. Какие физические величины он связывает? Охарактеризовать каждую из них.

7. Записать основной закон вращательного движения для крутильных колебаний в дифференциальной форме. Какая функция является решением этого дифференциального уравнения?

8. Записать формулу периода крутильных колебаний. Как определяется момент инерции произвольного тела? Как измеряется момент инерции эталонного тела?

9. Относительно какой оси момент инерции тела больше: оси, проходящей через центр инерции, или не проходящей через него?

10. Определить момент инерции шара относительно оси, совпадаю-

щей с касательной к его поверхности.

11. Определить момент инерции цилиндра относительно оси, совпадающей с касательной к боковой поверхности.

12. С наклонной плоскости скатывается два одинаковые по радиусу основания цилиндра – сплошной и полый. Как отличить какой из них сплошной?

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский К.М. Курс физики. Механика / К.М. Архангельский. – М. : Просвещение, 1975.

2. Китайгородский А.И. Введение в физику / А.И. Китайгородский. – М. : Наука, 1973.

3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1976.

4. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т.1 : Механика, молекулярная физика. – М. : Наука, 1977.

5. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1 : Механика. – Наука, 1974.

6. Яворский В.М. Основы физики. / В.М. Яворский, А.А. Пинский. – Т.1 : Механика. – М. : Наука, 1981.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. ГИРОСКОП

Цель работы: изучение законов динамики вращательного движения твердого тела, гироскопического эффекта и прецессии гироскопа. Измерение угловой скорости прецессии и момента инерции гироскопа.

В работе используются: гироскоп, блок управления и измерений.

Краткая теория

Гироскопом называется быстро вращающийся волчок (юла), ось вращения которого может быть ориентирована в пространстве произвольным образом. Иными словами гироскоп – это волчок, помещенный в так называемом кардановом подвесе. Простейшая конструкция гироскопа показана на рис. 1.

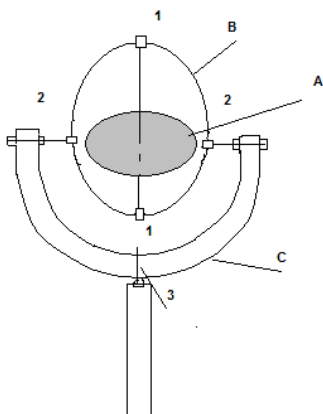


Рис. 1. Простейшая конструкция гироскопа

Гироскоп представляет собой тяжелый диск А, который может вращаться вокруг оси 1-1, сама ось 1-1 закреплена в кольце В, которое может вращаться вокруг другой оси 2-2, перпендикулярной оси волчка. В свою очередь кольцо В прикреплено к полукольцу С, способному вращаться вокруг оси 3. Все три оси пересекаются в центре масс диска. Таким образом, диск оказывается как бы подвешенным в своем центре масс, а поэтому действие силы тяжести на гироскоп здесь полностью уравновешено.

Если диск А быстро вращается вокруг оси 1-1, то ориентация этой оси сохраняется и изменить её внешними силами за короткое время трудно. В самом деле, при отсутствии моментов внешних сил справедлив закон сохранения момента импульса

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} = \text{const} \quad (1)$$

здесь \vec{L} – момент импульса вращающегося диска А.

I – момент инерции этого диска относительно оси 1-1

$\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости диска, лежащий на оси 1-1.

Если приложить к диску момент внешних сил \vec{M} , то согласно основному закону динамики вращательного движения скорость изменения момента импульса во времени

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (2)$$

откуда $d\vec{L} = \vec{M} \cdot dt$ или приближенно

$$\Delta\vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t \quad (3)$$

Для малого промежутка времени Δt приращение момента импульса ΔL также будет мало по сравнению с его исходным значением L в (1), т.е. $\Delta L \ll L$ и, значит, ось 1-1 практически не изменит своей ориентации в пространстве. Такое свойство гироскопа получило название гироскопического эффекта. Оно широкоиспользуется в практике. В частности ось 1-1 можно сориентировать в направлении юг-север и поскольку эта ориентация будет сохраняться, получается гироскопический компас. Гироскопы применяются в самолетах и кораблях. Здесь обычные компасы часто отказывают, например, из-за того, что мощные электроустановки самолетов и кораблей создает собственное магнитное поле, отклоняющее магнитную стрелку компаса.

Влияние длительно действующего внешнего момента удобнее наблюдать на другой конструкции гироскопа (рис. 2).

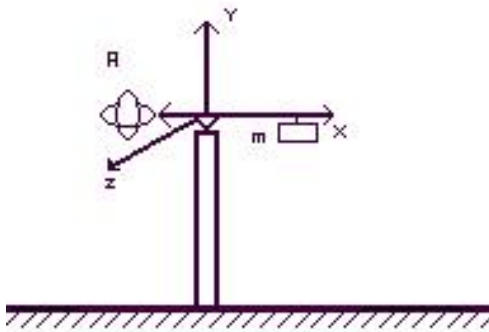


Рис. 2. Другой вид гироскопа

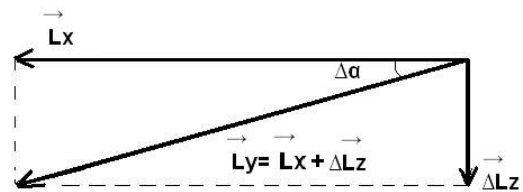


Рис. 3. Диаграмма

Здесь диск гироскопа вращается вокруг оси X, а сама ось X может вращаться вокруг своей оси Y и Z. Вес гироскопа и вес груза $m\vec{g}$ создают моменты, ориентированные вдоль оси Z, которые в общем случае могут быть не скомпенсированы. Если существует компенсация указанных моментов, то момент импульса гироскопа \vec{L}_x сохраняет свою ориентацию. Если же они не скомпенсированы, то результирующий момент \vec{M}_z , направленный по оси Z, согласно (3), вызовет приращение ΔL_z момента импульса L_x , так что результирующий момент $L_x + \Delta L_z$ повернется в плоскости XOZ от оси X к оси Z на некоторый угол $\Delta\alpha$ (рис. 3). Если внешний момент \vec{M}_z приложен постоянно, что и момент импульса гироскопа будет постоянно вращаться вокруг оси Y с некоторой угловой скоростью (такое вращение называется прецессией), вектор которой направлен по оси Y. Из диаграммы (рис. 3) имеем

$$\frac{\Delta L_z}{L_x} = \frac{M_z \cdot \Delta t}{I_x \cdot \omega_x} = \operatorname{tg} \Delta\alpha = \Delta\alpha = \Omega_y \cdot \Delta t \quad (4)$$

где $\omega_x = 2\pi \cdot n$ – угловая скорость вращения маховика (диска) гироскопа вокруг оси X.

n – число оборотов маховика в единицу времени,

I_x – его момент инерции, соответствующий указанному вращению.

Согласно (4)

$$\Omega_Y = \frac{M_z}{I_x \cdot \omega_x} \quad (5)$$

Описание установки

Схема гироскопа с блоком управления представлена на рис. 4. Маховик гироскопа А приводится во вращение вокруг оси Х электрическим двигателем 1. Двигатель закреплен в кронштейне 2 так, что возможно вращение вокруг оси Z, перпендикулярной плоскости чертежа. Вращательное соединение 3 позволяет гироскопу вращаться и вокруг вертикальной оси Y. Вдоль рычага 4 может перемещаться груз 5 для уравнивания гироскопа и для создания прецессии гироскопа вокруг оси Y.

Угол поворота гироскопа вокруг вертикальной оси может быть измерен по шкале, нанесенной на диск 6, с помощью указателя 7. Электронная схема установки обеспечивает автоматическое измерение угла прецессии (индикатор 8) с помощью фотоэлектрического датчика. Второй фотоэлектрический датчик измеряет частоту вращения маховика гироскопа, её значение выводится на стрелочный индикатор 9.

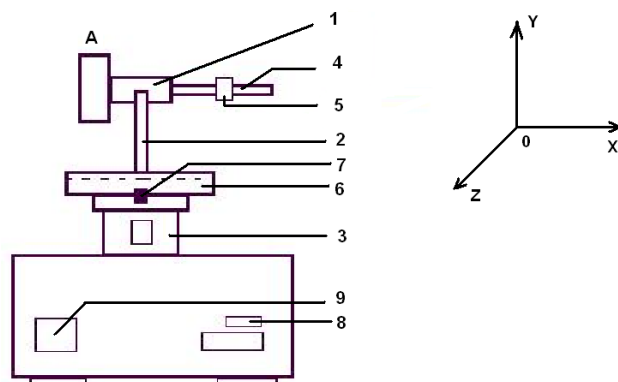


Рис. 4 Схема гироскопа с блоком управления

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. При выключенной установке, поворачивая гироскоп за рычаг убедиться, что ось гироскопа свободно вращается вокруг горизонтальной и вертикальной оси.

2. Подобрать такое положение груза на рычаге, при котором гироскоп уравновешен – рычаг 4 располагается горизонтально.

3. Включить питание двигателя и ручкой «РЕГ. СКОРОСТИ» установить указанную преподавателем частоту вращения ротора.

4. Воздействуя на рычаг с небольшой силой в горизонтальном и вертикальном направлениях, можно наблюдать эффект прецессии. Сила прикладывается сначала в одном, а затем в противоположном направлениях: вверх и вниз, к себе и от себя. Обратите внимание на следующее: после то-

го, как в результате воздействия на ось в горизонтальном направлении она повернется вокруг горизонтальной оси до упора, в дальнейшем ось гироскопа может совершенно свободно вращаться вокруг вертикальной оси. Это происходит в результате действия на ось гироскопа момента сил со стороны упора.

5. Сместить груз по рычагу на расстояние l от положения равновесия. При этом на ось гироскопа действует момент силы $M=mgl$, где (m – масса груза, g – ускорение свободного падения), направление которого зависит от того, в каком направлении сдвигается груз от положения равновесия.

6. При указанных преподавателем значениях n и l измерить угловую скорость прецессии. Для этого нажимается клавиша «СБРОС», а после поворота гироскопа на угол α , равный не менее 30° нажимается клавиша «СТОП». С индикаторов считываются угол α и времени t и вычисляется $\Omega = \frac{\alpha}{t}$. Рассчитать момент инерции с помощью формулы (5), момент им-

пульса $L = I \cdot \omega$ маховика гироскопа, его кинетическую энергию $W = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$.

При измененных n и l повторить измерения и вычисления. Результаты занести в таблицу.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Приведите формулу основного закона динамики вращательного движения, а также примеры его использования на практике.

2. Почему свободное вращение гироскопа обладает большой устойчивостью?

3. Какая физическая величина характеризует инерционность маховика гироскопа?

4. Почему направление прецессии гироскопа зависит от того, в какую сторону от положения равновесия передвинут груз на его рычаге?

5. Как по наблюдению прецессии можно объяснить направление вращения маховика гироскопа?

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершензон Е.М. Курс общей физики. Механика / Е.М. Гершензон, И.Н. Малов. – М. : Просвещение, 1987. – С. 152–155.

2. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высшая школа, 1989. – С. 53–54.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т.1 : Механика. – М., 1986. – С. 287–300.

4. Стрелков С.Н. Механика / С.Н. Стрелков. – М. : Наука, 1975. – С. 253–256.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы: Изучение законов динамики поступательного и вращательного движений и закона сохранения энергии. Измерение момента инерции твердых тел.

В работе используются: установка с маятником Максвелла, блоком управления и электронным секундомером, набор сменных колец.

Краткая теория

Мерой инертности тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z , является момент инерции J_z относительно этой оси, определяемый как сумма моментов инерции J_{zi} всех точек тела относительно этой оси:

$$J_z = \sum_i^n J_{zi} = \sum m_i r_i^2,$$

где m_i – масса i -й точки, r_i – ее расстояние до оси вращения. Момент инерции зависит от массы тела и от ее распределения относительно оси вращения.

Для тел правильной геометрической формы, имеющих оси симметрии, теоретически полученные выражения для моментов инерции относительно этих осей имеют вид:

1. Диск (сплошной цилиндр) массой m и радиуса R : $J = mR^2/2$
2. Кольцо или полый цилиндр: $J = m(R_1^2 + R_2^2)/2$, где R_1 и R_2 – внутренний и внешний радиусы.
3. Шар массы m и радиуса R : $J = 2mR^2/5$.
4. Однородный длинный тонкий стержень длины l относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему: $J = ml^2/12$.
5. Прямоугольный параллелепипед относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к сторонам a и b : $J = m(a^2 + b^2)/12$.

Основной закон динамики для вращающегося тела имеет вид: $\vec{M} = J\vec{\beta}$, где $\vec{\beta}$ – угловое ускорение тела, численное значение которого связано с линейным ускорением a соотношением: $\beta = a/r$. M – суммарный момент сил, относительно оси вращения.

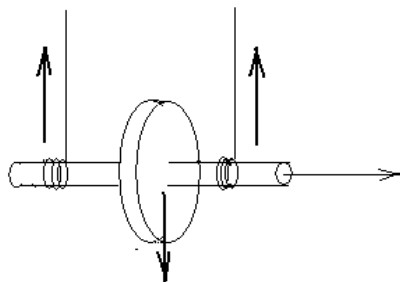


Рис. 1. Маятник Максвелла

Закон сохранения механической энергии для тела массой m одновременно вращающегося с угловой скоростью ω и движущегося поступательно со скоростью v имеет вид: $T_{\text{пост}} + T_{\text{вращ}} + \Pi = \text{const}$, где $\Pi = mgh$, потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h в поле силы тяжести, $T_{\text{пост}} = mv^2/2$ – кинетическая энергия тела, движущегося поступательно, $T_{\text{вращ}} = J\omega^2/2$ – энергия вращающегося тела.

Описание установки

Маятник Максвелла представляет собой массивный диск (маховик) насаженный на вал (рис. 1). Диск повешен на двух длинных нитях, наматываемых на вал. При раскручивании нитей маятник опускается с постоянным ускорением, совершая одновременно поступательное и вращательное движения. Обозначив натяжение нитей $T/2$, запишем уравнения движения для маятника:

$$\begin{cases} Mg - T = ma \\ Td/2 = J\beta \end{cases} \quad (1)$$

Где m – масса маятника равная сумме масс вала, диска и кольца $m = m_в + m_д + m_к$, J – его момент инерции, β – угловое ускорение, d – диаметр вала.

Исключая из системы (1) T с учетом связи a и β , получаем формулу для нахождения момента инерции маятника:

$$J = \frac{md^2}{4} \left(\frac{gt^2}{2h} - 1 \right).$$

Здесь $h = at^2/2$ – путь пройденный маятником за время движения t . Поскольку $\frac{gt^2}{2h} \gg 1$ можно приближенно считать:

$$J = \frac{md^2}{8h} gt^2 \quad (2)$$

Или

$$J = k \frac{mt^2}{h},$$

Где $k = d^2g/8 = 1.25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}^2$ – постоянная прибора. $d = 0.01 \text{ м}$, $g = 9.8 \text{ м}/\text{с}^2$. Таким образом, для нахождения момента инерции кроме параметров маятника m и d нужно измерить время его падения t с определенной высоты h .

Схема экспериментальной установки изображена на рис 2.

Подвес маятника смонтирован на вертикальной стойке 1, на которой закреплены два кронштейна – верхний 2 и нижний 3 с фотоэлектрическими датчиками. В верхнем положении маятник удерживается электромагнитом 4. Указатель на нижнем кронштейне позволяет измерить высоту по миллиметровой шкале на стойке прибора.

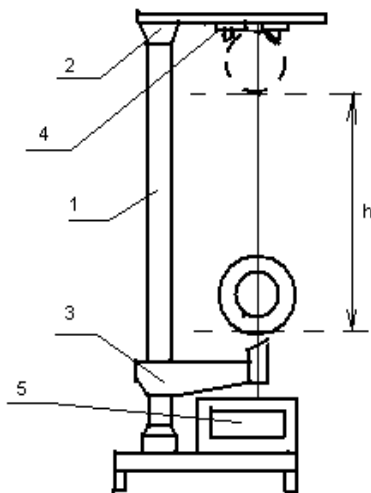


Рис. 2. Экспериментальная установка

Время падения t измеряется электронным миллисекундомером, находящимся в блоке управления 5. Сигналы от фотоэлектрических датчиков управляют секундомером. Когда диск маятника перекрывает луч света верхнего датчика, сигнал датчика запускает секундомер. Когда же маятник

достигает нижнего датчика и перекрывает его световой пучок, вырабатываемый сигнал останавливает секундомер. Измеренный промежуток времени высвечивается на индикаторе.

Расчетная формула (2) получена в предположении, что нить подвеса тонкая, легкая нерастяжимая и эластичная.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Измерения проводятся с одним или несколькими кольцами, надеваемыми на диск маятника. Исследуемые кольца и высота падения h указывается преподавателем. В нижнем положении маятника край его диска должен быть примерно на 2 мм ниже оси датчика (перекрывать его).

2. После включения установки в сеть и при отжатой клавише «ПУСК» намотать на вал маятника нить равномерно, виток к витку. В верхнем положении маятник должен удерживаться электромагнитом.

3. Нажать кнопку «СБРОС», при этом обнулится секундомер. Нажать кнопку «ПУСК», диск начнет двигаться вниз. После окончания падения записать показания секундомера. Результаты измерений занести в таблицу:

Масса кольца, кг.	h, м	t, с					t _{ср}	J, кг*м	J _{теор} , кг*м
		1	2	3	4	5			

4. С каждым кольцом провести пять измерений, используя среднее значение времени падения $t_{ср}$, рассчитать момент инерции маятника по формуле (2).

5. Погрешность измерения момента инерции может быть рассчитана на основании относительных частных ошибок:

$$E_m = \frac{\Delta m}{m}, E_d = \frac{2\Delta d}{d}, E_t = \frac{2\Delta t}{t_{ср}}, E_h = \frac{\Delta h}{h}$$

6. Измеренные значения моментов инерции маятника сравнить с теоретическими значениями, рассчитанными исходя из того, что элементы маятника – диск, вал и кольца считаются телами правильной геометрической формы. Массы этих элементов указаны на них. Внутренний и внешний диаметры колец соответственно равны 86 мм и 105 мм.
 $J_{теор} = J_{стерж} = J_{диск} = J_{кол}$.

7. По результатам измерений определить натяжение нитей, линейное и угловое ускорения маятника, линейную и угловую скорость в нижней точке.

8. Рассчитать кинетические энергии поступательного и вращательного движений маятника в нижней точке и сравнить их с потенциальной энергией поднятого маятника. Проверить закон сохранения механической энергии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Момент инерции материальной точки и твердого тела. Единицы измерения.
2. Моменты инерции тел правильной геометрической формы с указанием оси вращения.
3. Основное уравнение динамики вращательного движения.
4. Энергия поступательного и вращательного движения.
5. Полная энергия тела, катящегося по плоскости (маятника Максвелла).
6. Закон сохранения механической энергии.
7. Вывод формулы момента инерции маятника Максвелла и описание эксперимента.
8. При каких условиях расчетная формула упрощается.
9. Объяснить, как при движении маятника проявляется действие основных законов динамики поступательного и вращательного движения.
10. Почему маятник, достигнув нижнего положения, начинает подниматься вверх? Сравнить ускорение маятника и натяжение нити при движении вниз и вверх. Куда направлено ускорение?
11. Однородный шар скатывается с наклонной плоскости с углом наклона α . Начальная скорость равна нулю. Найти скорость центра инерции, угловую скорость шара в момент выхода на горизонтальную плоскость.
12. Найти относительную ошибку, которая получается при вычислении кинетической энергии катящегося шара, если не учитывать его вращение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский М.М. Курс физики. Механика / М.М. Архангельский. – М. : Просвещение, 1975.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т.1 : Механика. Молекулярная физика. – М. : Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1 : Механика. – М. : Наука, 1974.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7. ЗАТУХАЮЩИЕ КРУТИЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы: Определение параметров колебательной системы – крутильного маятника с затуханием.

В работе используются: крутильный маятник, исследуемый образец.

Краткая теория

Крутильный подвес применяют в подвижной части различных измерительных приборов – гальванометров, торсионных весов, магнитометров и др. Примером может служить также вал воздушного или гребного винта с винтом на одном конце и двигателем на другом; валы, один конец которых закреплен, а к другому прикреплен поршень. Колебания маятника служат моделью движения во многих задачах классической и квантовой механики.

Описание установки

Изучаемый в работе крутильный маятник РМ-0,5 представляет собой рамку 1, подвешенную с помощью стальной проволоки 2 к кронштейнам 3 и 4. На кронштейне 5 закреплена стальная плита, которая служит основанием фотоэлектрическому датчику 6, электромагниту 7 и угловой шкале 8. Электромагнит 7 может изменять положение, что фиксируется по угловой шкале 8 с помощью стрелки. Фотоэлектрический датчик и электромагнит соединены с миллисекундомером. Конструкция рамки позволяет закреплять грузы 11. Грузы крепятся при помощи подвижной балки, перемещающейся по неподвижным стойкам. Балка устанавливается путем затягивания гаек на зажимных втулках, помещенных на подвижной балке. При повороте тела (рамки), закрепленного на упругом подвесе, на достаточно малый угол α происходит закручивание проволоки. Под действием сил упругости возникает возвращающий момент $M_{\text{вращ}}$.

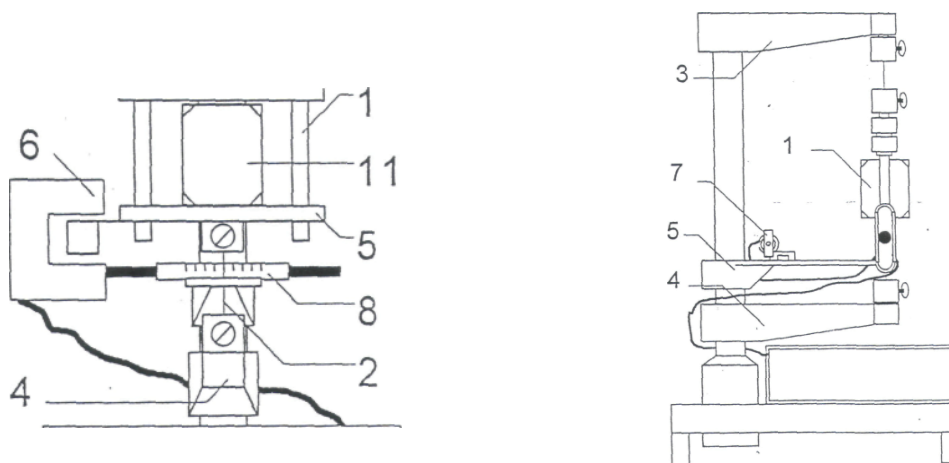


Рис. 1 Крутильный маятник

После отклонения рамки (тела), закрепленного на упругом подвесе, на небольшой угол α от положения равновесия, система будет совершать свободные крутильные колебания. Уравнение движения системы при малых углах отклонения имеет вид: $J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -M_{\text{сп}} - M_c$,

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + r \frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = 0 \quad (1)$$

где J – момент инерции рамки, относительно оси, проходящей через ее середину, r – коэффициент момента сил сопротивления M_c ; k – коэффициент возвращающего момента, возникающего в упругом подвесе (проволаке). Коэффициент k численно равен моменту упругих сил, возникающих при закручивании подвеса на угол, равный одному радиану. Коэффициент r численно равен моменту сил сопротивления при угловой скорости, равной 1 рад/с. Силы сопротивления (демпфирования) возникают в результате нескольких различных причин: трение между сухими трущимися поверхностями в опорах и соединениях звеньев механической системы, сопротивление среды (воздуха или жидкости), внутреннее трение материала подвеса (вала). Это внутреннее трение, в основном имеет термическую природу и обусловлено движением зерен материала подвеса относительно друг друга. Решение уравнения (1) имеет вид:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (2)$$

где β – коэффициент затухания колебаний; φ_0 – начальная фаза, которую в данной работе при $t=0$, считаем равной нулю. ω – частота затухающих колебаний. Закон убывания амплитуды колебаний от времени:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} = \alpha_0 e^{-t/\tau} \quad (3)$$

где $r = 1/\beta$ – постоянная времени затухания маятника.

За время τ амплитуда колебаний α уменьшается в $e=2,718$ раз (рис. 2)

Частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \quad (4)$$

меньше собственной частоты ω_0 .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5)$$

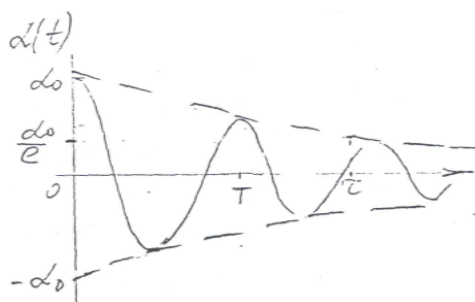


Рис. 2 Зависимость $\alpha(t)$

С увеличением трения время τ уменьшается, и при $\tau < 1/\omega$ ($\beta > \omega_0$) частота ω оказывается мнимой, колебания прекращаются, движение становится аperiodическим. Переход колебательного движения в аperiodическое, происходит при критическом затухании, когда $\tau=1/\omega_0$ или $\beta=\omega_0$. В этом случае, система приходит в равновесие быстрее, чем при большем или меньшем затухании.

Энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды и, следовательно, изменяются по закону:

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{2t}{\tau}} \quad (6)$$

Это соотношение легко получить подстановкой выражения для амплитуды затухающих колебаний в формулу потенциальной энергии $E_p = \frac{kA^2}{2}$, заметив, что $E_0 = \frac{kA_0^2}{2}$, есть начальная энергия колебаний. Выражение (6) отражает тот факт, что энергия колебательной системы не сохраняется, она расходуется на работу против сил сопротивления и превращается во внутреннюю энергию.

Скорость рассеяния (диссипации) энергии, т.е мощность потерь есть $P_n = -\frac{dE}{dt}$. Или с учетом (6): $P_n = \frac{E}{\tau/2}$.

Характеристикой качества колебательной системы, её способности сохранять запасенную энергию служит добротность Q , определяемая как отношение запасенной энергии к потерям за время $t=T/2\pi=1/\omega$.

$$Q = \frac{E}{P_n/\omega} = \frac{\omega\tau}{2} = \frac{\pi\tau}{T} \quad (7)$$

Таким образом, добротность Q равна числу колебаний за время $\pi\tau$. За это время амплитуда уменьшается в $e^\pi \sim 23$ раза, а энергия в $e^{2\pi} \sim 535$ раз.

На практике затухание колебаний принято характеризовать логарифмическим декрементом затухания.

$$\delta = \ln \frac{A_t}{A_{t+\tau}} = \beta T \quad (8)$$

Тогда для слабозатухающих колебательных систем $\delta \ll 1$

$$Q = \omega/2\beta.$$

Логарифмический декремент системы с малым затуханием, когда две последовательные амплитуды мало отличаются друг от друга, надежнее рассчитывать наблюдая достаточно большое число колебаний ($N=30 \div 50$). Т.к $kA = \alpha$, $M\ddot{\alpha} = -k\alpha$, то для крутильного маятника имеем:

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -r \frac{d\alpha}{dt} - k\alpha$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \beta \frac{d\alpha}{dt} + k\alpha = 0$$

Решение уравнения имеет вид (2) с амплитудой (3). Тогда:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = e^{-\beta t_1} = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

Где α_1 - амплитуда колебаний в момент времени t_1 , после совершения N колебаний.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Подключить прибор РМ – 0,5 к сети. По очереди нажать кнопки "СЕТЬ", "СБРОС". На цифровом табло должны высвечиваться нули.

2. Отклонить рамку прибора таким образом, чтобы ее стрелка 9 приблизилась к сердечнику электромагнита 7, который удержит рамку в заданном положении. Электромагнит установить на угол 30° .

3. Нажать кнопку "ПУСК". При этом освобожденная рамка начнет совершать крутильные колебания. На цифровом табло будут высвечиваться

число полных колебаний N и соответствующее им время колебаний t . После завершения $30 \div 50$ колебаний зафиксировать значение конечной амплитуды колебаний, нажать кнопку "СТОП". Нажатие проводить, когда на табло высветилось $N - 1$ колебание. Записать соответствующие показания.

4. Повторить пункты 1-3. для маятника, нагруженного диском 1. Записать значения α_1^0, N_1^0, t_1^0 .

5. Повторить пункты 1 – 3 для маятника, нагруженного диском 2 (большей массы). Записать значения α_1^1, N_1^1, t_1^1 .

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. По данным пунктов 1 – 5 рассчитать периоды колебаний ненагруженной системы $T^{(0)}$, системы с диском 1 $T^{(1)}$, системы с диском 2 $T^{(2)}$. Сравнить результаты, сделать вывод (как зависит период колебаний T от массы колебательной системы).

2. Рассчитать логарифмический декремент затухания колебательной системы $\delta = \ln \frac{\alpha_t}{\alpha_{t+T}}$ или для N колебаний: $\delta = \frac{1}{N} \ln \frac{\alpha_t}{\alpha_{t+NT}}$

3. Рассчитать коэффициент затухания $\beta = \delta/T$ и постоянную времени затухания $\tau = 1/\beta$. Сравнить рассчитанное значение τ с измеренным в эксперименте, т.е. определив время, за которое α будет равно α_0/e . Сделать вывод.

4. Определить механические параметры маятника: момент инерции J коэффициент кручения K ; коэффициент сопротивления r . Момент инерции маятника J_m вычисляется на основании зависимости периода $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}}$ из отношения периодов маятника с диском и без диска.

$$\left(\frac{T^{(1)}}{T^{(0)}}\right)^2 = \frac{J_g + J_m}{J_m} \text{ или}$$

$$J_m = \frac{J_g}{\left(\frac{T^{(1)}}{T^{(0)}}\right)^2 - 1}$$

Где $J_g = \frac{1}{2} mR^2$ – момент инерции диска, m - масса диска, R - его радиус.

Используя найденное значение J_m , определить коэффициенты k и r , используя формулы:

$$T^{(0)} = 2\pi \sqrt{\frac{J_m}{k}}, \tau = \frac{2J_m}{r}$$

Определить $T^{(1)} = 2\pi \sqrt{\frac{J_m + J_{g1}}{k}}$, сравнить с $T_{экс}^{(1)}$, сделать вывод.

Определить $T^{(2)} = 2\pi \sqrt{\frac{J_m + J_{g2}}{k}}$, сравнить с $T_{экс}^{(2)}$, сделать вывод.

5. Вычислить полную энергию маятника, мощность потерь для одного значения амплитуды. Определить добротность маятника по формулам:

Сравнить результаты, сделать вывод. Результаты занести в таблицу.

	Период колеб. Т, с	Коэфф. затух. β , с ⁻¹	Постоянная затухан. τ , с	Логарифм. декремент затухан. δ	Добротность Q	Момент инерции J кг м ²	k	r
Ненагруженный маятник								
Маятник с диском 1								
Маятник с диском 2								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое гармонические колебания?
2. Период, частота, амплитуда, фаза колебаний.
3. Уравнение затухающих крутильных колебаний и его решение. Записать уравнения в обобщенных координатах.
4. Циклическая собственная частота колебаний, коэффициент затухания, частота затухающих колебаний и её связь с частотой собственных колебаний и коэффициентом затухания.
5. График затухающих колебаний.
6. Декремент затухания, логарифмический декремент затухания, постоянная времени затухания (время релаксации), добротность колебаний и связи этих величин.
7. Критическое время затухания, аperiodический процесс.
8. Энергия колебаний, скорость рассеяния энергии и их связь с добротностью системы.
9. Рассказать о порядке проведения эксперимента и вычислениях в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – Т. 1. – Любое издание.
2. Савельев И.А. Курс общей физики / И.А. Савельев. – Т. 1, 2. – Любое издание.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1. – Любое издание.
4. Яворский Б.М. Основы физики / Б.М. Яворский, А.А. Пинский. – Т. 2. – Любое издание.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ ШАРОВ

Цель работы: проверить выполнение закона сохранения импульса для упругого и неупругого столкновения шаров.

В работе используются: установка для изучения соударения шаров, исследуемые шары.

Краткая теория

В механике под ударом шаров следует понимать кратковременное взаимодействие двух или более тел, возникающее в результате их соприкосновения. Существует два предельных случая удара тел: абсолютно упругий и абсолютно неупругий.

При абсолютно упругом ударе механическая энергия тел не переходит во внутреннюю энергию. Идеально упругих ударов макроскопических тел в природе не существует, так как всегда часть энергии затрачивается на необратимую деформацию тел и увеличение их внутренней энергии, но столкновения атомов и элементарных частиц часто бывают абсолютно упругими. Однако, для некоторых тел, например, стальных шаров потерями механической энергии можно пренебречь.

В результате абсолютно неупругого удара тела соединяются и движутся дальше как одно тело. Поэтому такое столкновение тел всегда сопровождается потерей части (или даже всей) их кинетической энергии, которая переходит во внутреннюю энергию.

При любом соударении тел для замкнутой, или изолированной, системы выполняется закон сохранения импульса:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const.} \quad (1)$$

то есть импульс замкнутой системы не изменяется с течением времени, импульс системы, m и v – масса и скорость i -го материального тела системы, состоящей из n тел.

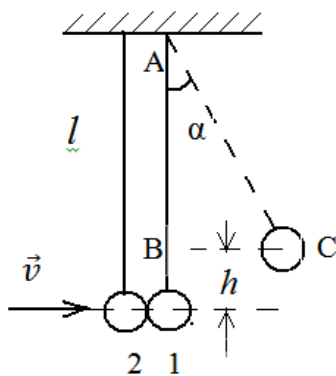


Рис. 1 Удар шаров

Рассмотрим систему состоящую из двух шаров, повешенных на практически нерастяжимых нитях (рис. 1). Если направление движения двух соударяющихся шаров в момент их соприкосновения совпадает с прямой соединяющей центры, то удар называется центральным. Рассмотрим центральный идеально упругий удар шаров. На основании второго закона Ньютона имеем

$$\vec{F} \Delta t = m \Delta \vec{v} \quad (2)$$

Если рассматривать последнее уравнение применительно к удару, силами то \vec{F} – средняя сила удара, t – время удара, то есть время соприкосновения соударяющихся тел, m – масса одного из соударяющихся тел, $\Delta\vec{v}$ – изменение скорости этого тела, возникшее в результате удара. Из уравнения (2) следует, что чем меньше время соударения двух шаров, тем больше сила удара при том же изменении скорости.

Отведем правый шар 1 с массой m_1 на угол α_1 от положения равновесия и равновесия и обладая в момент, предшествующий удару скоростью v_1 правый шар 1 передаст некоторый импульс левому шару 2 и после соударения шары приобретут скорости V_1' и V_2' . Если удар центральный, то векторы скорости до и после удара направлены вдоль одной прямой и закон сохранения импульса можно записать в скалярной форме:

$$m_1 V_1 = m_1 V_1' + m_2 V_2' \quad (3)$$

Если шары сталкиваются многократно, то после каждого соударения их относительная скорость уменьшается. В результате после некоторого числа столкновений шары начинают двигаться с общей скоростью U . То есть такой процесс эквивалентен абсолютно неупругому соударению. При этом согласно закону сохранения импульса

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2) U \quad (4)$$

Скорости V шаров могут быть найдены из закона сохранения энергии. Шар, отведенный из положения равновесия на угол α , обладает запасом потенциальной энергии $W_n = mgh$, где h – высота подъема шара. Если пренебречь силой трения подвеса и сопротивлением воздуха, то эта энергия при ударе переходит в кинетическую энергию $W_k = mV^2/2$, то есть $mgh = mV^2/2$, откуда $V = \sqrt{2gh}$.

Из треугольника ABC следует что $(l - h)/l = \cos\alpha$, откуда $h = l - l\cos\alpha = 2l\sin^2(\alpha/2)$, где l – длина подвеса. Следовательно:

$$V = 2 \sin(\alpha_1 / 2) \sqrt{gl}; V_1 = 2 \sin(\alpha_2 / 2) \sqrt{gl}; U = 2 \sin(\alpha / 2) \sqrt{gl} \quad (5)$$

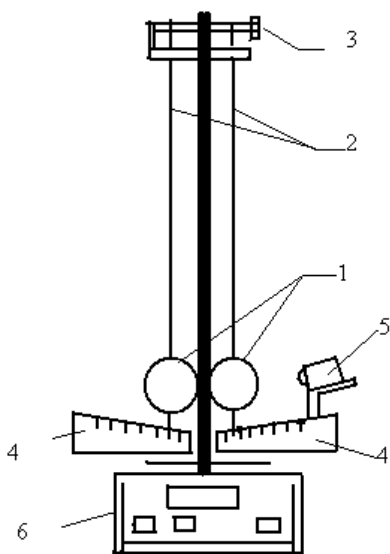


Рис. 2. Экспериментальная установка

Соударение шаров, изучаемое в данной работе. Относится к промежуточному случаю между двумя предельными: абсолютно упругим и абсолютно неупругим и его можно назвать частично неупругим. При таком ударе шары после соударения имеют различные скорости, а часть механической энергии переходит во внутреннюю.

Конструкция установки, на которой изучается соударение двух шаров, показана на рисунке 2. Каждый из шаров (1) подвешен на двух проводах (2).

Такая бифилярная подвеска обеспечивает движение шаров в одной вертикальной плоскости и устраняет вращение шаров. На верхнем кронштейне имеется вороток (3) с помощью которого можно установить расстояние между шарами. На нижнем кронштейне расположены угольники со шкалами (4.), которые могут передвигаться, и электромагнит (5). На время соударения шаров замыкается электрическая цепь и с помощью специального электронного микросекундомера (6) измеряется время, в течение которого шары находятся в контакте, то есть время соударения.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. На подвесы навинчиваются два шара по указанию преподавателя. Воротком (3) на верхнем кронштейне, к которому подвешены шары, привести их в соприкосновение. Центры шаров (нанесенные на шары круговые бороздки) должны быть на одном уровне. Угольники со шкалами должны быть расположены так, чтобы острие каждого подвеса находилось против нулевого деления шкалы.

2. Включить вилку сетевого шнура микросекундомера в сеть, если требуется отжать клавишу "ПУСК" и нажать клавишу "СЕТЬ". На экране будут светиться цифры, поэтому необходимо нажать клавишу "СБРОС". При этом все индикаторы должны показывать цифру ноль – прибор готов к работе.

Примечание: Индикатор «ПЕРЕПОЛНЕНИЕ» не должен светиться.

1. УПРУГИЙ УДАР

Определение коэффициента восстановления

Если p и p' – импульсы системы до и после удара, то величина $k=p'/p$ называется коэффициентом восстановления (или коэффициент удара). Его величина зависит от степени упругости или пластичности обоих тел. Предельные значения коэффициента восстановления: $k = 0$ для совершенно неупругого удара (кинетическая энергия полностью переходит во внутреннюю) и $k = 1$ для абсолютно упругого удара. В общем случае $0 < k < 1$.

1.1. Отвести правый шар на некоторый угол α_1 так, чтобы он удерживался электромагнитом. Левый шар должен находиться в состоянии покоя. При нажатии клавиши "ПУСК", ток в цепи электромагнита выключается, шар освобождается и начинает двигаться. Происходит удар; микросекундомер показывает время Δt соударения шаров.

1.2. После соударения измеряются углы, на которые отклоняются после первого удара левый шар (угол α_2') и правый шар (угол α_1'). При определении значения α_1' учитывайте величину промежутка между шкалами. Результаты измерений занести в таблицу. Для каждой пары шаров провести по 5 – 10 измерений для одного и того же угла α_1 . После каждого измерения клавишей "СБРОС" произвести обнуление микросекундомера.

N	α_1 , град	α_1' , град.	α_2' , град.	α , град.	V_1 м/с	V_1' м/с	V_2' м/с	U м/с	Δt мкс.

1.3. Опыты провести для шаров изготовленных из разных материалов.

1.4. По средним значениям α_1 , α_1' , α_2' , используя формулу (5), рассчитать скорости шаров до и после удара. Длина подвеса 1 измеряется миллиметровой линейкой.

1.5. Проверить выполнение закона сохранения импульса для упругого удара.

1.6. Сравнить значение коэффициента восстановления для шаров, изготовленных из разных материалов. (Характеристики шаров приведены в конце работы).

1.7. Среднюю силу, возникающую при ударе, можно рассчитать используя второй закон Ньютона:

$$F = \Delta p / \Delta t,$$

где Δp – изменение импульса одного из шаров, Δt – время удара.

Проведенные измерения позволяют, например, определить изменение импульса левого шара Δp , который до удара покоился:

$$\Delta p_2 = m_2 V'_2.$$

И затем найти среднюю силу удара. Сравнить полученное значение $F_{\text{ср}}$ с другими силами, действующими на шар, например, с силой тяжести. Какой вывод можно сделать после сравнения значения сил?

2. НЕУПРУГИЙ УДАР

2.1. Прикрепить на левый шар кусочек размягченного пластилина.

2.2. Правый шар отвести на угол так, чтобы он удерживался электромагнитом.

2.3. Нажать клавишу «ПУСК». После удара зафиксировать угол α , на который отклоняются оба шара после первого удара. Угол отсчитывать по середине, между указателями, прикрепленными к каждому шару. Измерения произвести 5 – 10 раз для одного и того же значения угла α_1 .

2.4. По средним значениям шаров после неупругого удара рассчитать V_1 и U – скорость шаров после неупругого удара.

2.5. Проверить закон сохранения импульса при неупругом ударе шаров.

2.6. Проверить закон сохранения полной энергии при неупругом ударе шаров. Рассчитать какая часть механической энергии перешло во внутреннюю.

Характеристики шаров

Маркировка		
1	127.82	сталь
2	189.70	сталь
3	133.22	сталь
4	189.64	сталь
7	133.00	латунь
8	202.71	латунь

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое удар? Что такое центральный удар?
2. Что такое абсолютно упругий удар?
3. Какой удар называется абсолютно неупругим?
4. Как определить скорость тел, после центрального неупругого удара?
5. Что называется центром масс инерции системы материальных точек?
6. Что называется импульсом системы? Направление вектора импульса.
7. Какие системы называются замкнутыми?
8. Дайте определение внутренних и внешних сил.
9. Выведите закон сохранения импульса и сформулируйте его.
10. Что можно сказать о скорости замкнутой системы при всех процессах внутри системы?
11. От чего зависит сила возникающая при ударе?
12. В каких системах отсчета выполняется закон сохранения импульса?
13. Почему к явлению удара шаров можно применить закон сохранения импульса?
14. Выполняется ли закон сохранения энергии при ударе шаров? Ответ обосновать.
15. Два шара движутся навстречу друг другу вдоль прямой, проходящей через их центры. Масса и скорость первого шара – 4 кг и 8 м/с, второго 6 кг и 2 м/с. Как будут двигаться шары после абсолютно неупругого удара?
16. Шар массой m_1 совершает абсолютно упругий удар о покоящийся шар массой m_2 .
 - а) при каком соотношении масс первый шар полетит назад?
 - б) что происходит с первым шаром, если массы шаров одинаковы?

ЛИТЕРАТУРА

1. Архангельский М.М. Курс физики. Механика / М.М. Архангельский. – М. : Просвещение, 1975.
2. Савельев И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т.1 : Механика. Молекулярная физика. – М. : Наука, 1977.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1 : Механика. – М. : Наука, 1974.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Цель работы: Изучить гармонические колебания математического и физического маятников при малых отклонениях от положения равновесия.

В работе используется: установка для изучения колебаний математического и физического маятников.

Краткая теория

Колебательным движением (колебанием) называется процесс, при котором система, многократно отклоняясь от своего состояния равновесия, каждый раз вновь возвращается к нему. Если этот процесс совершается через равные промежутки времени, то колебание называется периодическим.

Несмотря на большое разнообразие колебательных процессов, как по физической природе, так и по степени сложности, все они совершаются по некоторым общим закономерностям и могут быть сведены к совокупности простейших периодических колебаний, называемых гармоническими, которые совершаются по закону синуса или косинуса.

Предположим, что они описываются законом

(1)

Здесь x является периодической функцией t и характеризует смещение колеблющейся системы от положения равновесия (рис. 1).

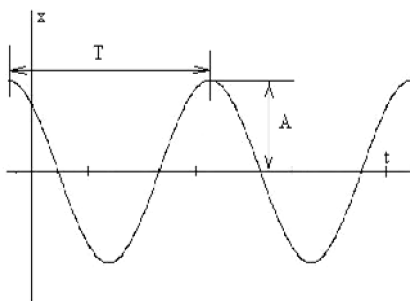


Рис. 1. Гармоническое колебание

Величина A есть максимальное смещение системы от положения равновесия, которая называется амплитудой гармонического колебания. Величина, стоящая в аргументе косинуса $\varphi = \omega t + \varphi_0$ называется фазой колебания. Она определяет смещение x в любой момент времени. Фаза линейно зависит от времени, поэтому её можно рассматривать как время, выраженное в угловых единицах. На рис. 1 по оси абсцисс откладывается и время t и фаза φ . Различие между началом отсчета

времени ($t=0$) характеризуется начальной фазой φ_0 . Значение начальной фазы лежит в пределах $-\pi \leq \varphi_0 \leq \pi$.

При гармонических колебаниях через определенный промежуток времени T положение колеблющейся системы полностью повторяется. Этот промежуток времени называется периодом колебания. Величина $\nu = 1/T$, обратная периоду колебания, называется частотой колебаний, которая показывает число колебаний в одну секунду. Единица измерения частоты — 1 Гц.

В теории колебаний обычно пользуются циклической или круговой частотой $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$, которая показывает число колебаний за 2π секунд.

Систему, закон движения которой имеет вид (1), называют одномерным классическим гармоническим осциллятором.

Хорошо известным примером гармонического осциллятора является тело (шарик), подвешенное на упругой пружине. По закону Гука при растяжении или сжатии пружины возникает противодействующая сила, пропорциональная растяжению или сжатию x , т.е. выражение для силы со стороны пружины имеет вид $F = -kx$. Такая сила получила название упругой. Однако гармонические колебания возникают под действием не только упругих, но и других сил, по природе не упругих, но для которых остается справедливым закон $F = -kx$. Такие силы получили название квазиупругих.

По второму закону Ньютона выражение для квазиупругой силы можно записать:

$$F = ma = -kx \quad (2)$$

где a – ускорение, которое удобно представить как вторую производную от смещения по времени

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

Величина k , называемая коэффициентом квазиупругой силы, является величиной положительной, также, как и масса осциллятора m . Обозначая $k/m = \omega^2$, получим следующее дифференциальное уравнение 2-го порядка, которое называют уравнением движения классического осциллятора.

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (3)$$

Решением данного уравнения (3) является закон (1), что нетрудно проверить, дифференцируя дважды по времени (1) и подставляя в (3).

Рассмотрим скорость и ускорение при гармонических колебаниях.

Дифференцированием по времени уравнения (1) найдем скорость осциллятора

$$V = \dot{x} = -\omega \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (4)$$

или, что тоже самое:

$$V = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5)$$

Видно, что скорость при гармонических колебаниях, тоже изменяется по гармоническому закону, но опережает смещение по фазе на $\pi/2$ (или по времени на $T/4$).

Найдем ускорение $a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$ (6)

Сравнение этого выражения (6) с (1) показывает, что ускорение и смещение находятся в противофазе (рис.2). Это означает, что в момент, когда смещение достигает наибольшего по величине положительного значения, ускорение достигает максимального по величине отрицательного значения, и наоборот.

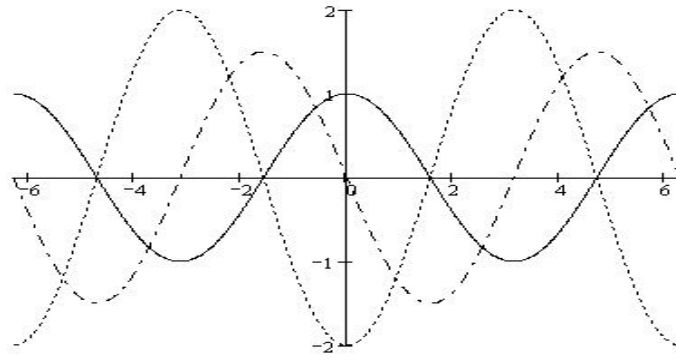


Рис. 2. Координата, скорость и ускорение при гармонических колебаниях

Зная скорость осциллятора при гармоническом колебательном движении, найдем его кинетическую энергию:

$$W_k = 1/2 mV^2 = 1/2 m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

Потенциальная энергия равна следующему выражению:

$$\begin{aligned} W_n &= 1/2 kx^2 = 1/2 kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) \\ &= 1/2 mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}$$

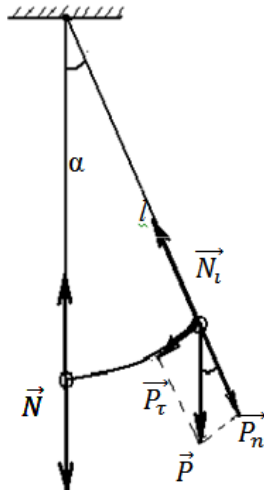


Рис. 3 Математический маятник

Полная энергия гармонического осциллятора в процессе колебаний не меняется. Действительно:

$$W = W_k + W_n = 1/2 mA^2 \omega^2 [\sin^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0)] = 1/2 mA^2 \omega^2 = const$$

Из последнего выражения видно, что полная механическая энергия осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды и не зависит от времени. Кинетическая и потенциальная энергии изменяются по гармоническому закону, как $\sin^2(\omega t + \varphi_0)$ и $\cos^2(\omega t + \varphi_0)$, но когда одна из них увеличивается, другая

уменьшается. Это означает, что процесс колебаний связан с периодическим переходом энергии из потенциальной в кинетическую и обратно. Рассмотрим некоторые из классических гармонических осцилляторов.

Математический маятник. Математическим маятником называют систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешен шарик, масса которого сосредоточена в одной точке (рис. 3). В положении равновесия на шарик действуют две силы: сила тяжести $P = mg$ и сила натяжения нити N – равные по величине и направленные в противоположные стороны. Если маятник отклонить от положения равновесия на небольшой угол α , то он начнет совершать колебания в вертикальной плоскости под действием составляющей силы тяжести P_t , которую называют тангенциальной составляющей (нормальная составляющая силы тяжести P_n будет уравновешиваться силой натяжения нити N).

Из рис. 3 видно, что тангенциальная составляющая силы тяжести $P_\tau = -P \sin \alpha$. Знак минус показывает, что сила, вызывающая колебательное движение, направлена в сторону уменьшения угла α . Если угол α мал, то синус можно заменить самим углом, тогда $P_\tau = -P \alpha = -mg\alpha$, т.е сила, возвращающая маятник в положение равновесия, является квазиупругой. Воспользуемся вторым законом Ньютона, получим

$$P_\tau = ma_\tau$$

Или $ma_\tau = mg\alpha$, следовательно, $a_\tau = g\alpha$

С другой стороны, тангенциальное ускорение равно $a_\tau = d^2x/dt^2 = \ddot{x}$, а смещение x , как видно из рис.3, может быть выражено соотношением $x=\alpha l$, то получим следующее уравнение движения маятника

$$\ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0 \quad (7)$$

Сравнивая полученное дифференциальное уравнение (7) с (3), находим формулу периода колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (8)$$

Период колебания математического маятника при малых углах отклонения не зависит от амплитуды колебания и от его массы, а определяется длиной маятника l и ускорением свободного падения g .

Последняя формула может явиться исходной для нахождения ускорения свободного падения, если для данного маятника длиной l измерить его период колебаний.

Физический маятник. Физическим маятником называется абсолютно твёрдое тело, которое может совершать колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси O , перпендикулярной плоскости рисунка и не проходящей через его центр тяжести.

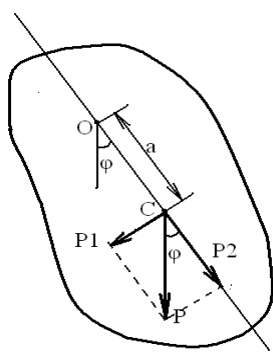


Рис. 4 Физический маятник

На рис. 4 изображено сечение физического маятника, плоскостью, перпендикулярной его оси вращения O и проходящий через его центр тяжести C . Запишем в общем виде уравнение движения маятника, то есть основное уравнение динамики вращательного движения:

$$M = J \cdot \beta \quad (9)$$

где J -момент инерции маятника относительно горизонтальной оси O , β – угловое ускорение, M - момент внешних сил. В нашем случае момент внешних сил обусловлен действием силы тяжести. Очевидно, что на каждый элемент массы Δm_i маятника действует сила тяжести $\Delta m_i g$, создающая определённый момент относительно оси O . Сумма моментов этих сил равна моменту равнодействующих сил тяжести, которая приложена к центру тяжести маятника (точка C).

Докажем, что маятник, выведенный из положения равновесия на малый угол φ , будет совершать гармонические колебания. Для этого равнодействующую сил тяжести $P = mg$ разложим на две составляющие, одна из которых P_2 уравнивается реакцией опоры, а под действием другой составляющей $P_1 = P \cdot \sin \varphi$ маятник приходит в движение. Обозначим расстояние от точки подвеса O до центра тяжести C через a . Тогда уравнение движения маятника (9) запишется в виде:

$$J\ddot{\varphi} = -P_1 a = Pa \sin \varphi \quad (10)$$

Знак минус показывает, что сила P_1 направлена к положению равновесия и приводит к уменьшению угла отклонения φ . Так как $\beta = \varphi$, а для малых углов φ можно принять $\sin \varphi = \varphi$, то уравнение (10) может иметь вид:

$$J\ddot{\varphi} = mga\varphi = 0$$

или

$$\ddot{\varphi} = \frac{mga}{J}\varphi = 0 \quad (11)$$

Частным решением этого дифференциального уравнения является уравне-

$$\text{ние } \varphi = A \cos \omega t, \text{ где } \omega = \sqrt{\frac{mga}{J}}$$

Исходя из полученного выражения для ω , находим выражение для периода колебаний физического маятника

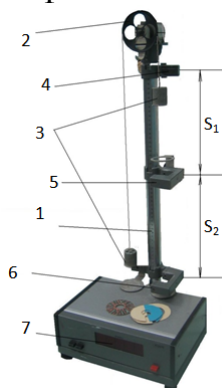


Рис. 3. Экспериментальная установка

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}} \quad (12)$$

Величина $l_{\text{пр}}$ называется приведенной длиной физического маятника, это есть длина эквивалентного математического маятника, имеющего тот же период колебаний, что и данный физический маятник.

Физическим маятником также можно воспользоваться для определения ускорения свободного падения.

Любой физический маятник обладает свойством сопряженности, которое заключается в том, что в нем можно найти такие две точки, что при последовательном подвешивании маятника за ту или иную из них, период колебаний его остается одним и тем же. Расстояние между этими точками определяет собой приведенную длину физического маятника.

Разновидностью физического маятника является оборотный маятник который обладает свойством сопряженности центра качания и точки подвеса. Центром качания называется точка, находящаяся на расстоянии приведенной длины $l_{\text{пр}}$ от оси вращения. Приведенная длина всегда больше величины a (рис.4), то есть центр качания всегда лежит ниже центра тяжести. Действительно, по теореме Штейнера момент инерции маятника относительно оси вращения равен $J = J_0 + ma^2$, где J_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести. Тогда приведенная длина $l_{\text{пр}}$ равна

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ma} = \frac{J_0 + ma^2}{ma} = a + \frac{J_0}{ma} \quad (13)$$

то есть $l_{\text{пр}} > a$

Описание установки

Основание 1 оснащено регулируемыи ножками 2, которые позволяют провести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка 3, на которой зафиксирован верхний кронштейн 4 и нижний кронштейн 5 с фотоэлектрическим датчиком 6. После отвинчивания кремальерного винта (воротка) 11 верхний кронштейн можно поворачивать вокруг колонки. Затягивание винта 11 фиксирует кронштейн в любом, произвольно избранном положении. С одной стороны кронштейн 4 находится математический маятник 7, с другой – обратный маятник 8. Длину математического маятника можно регулировать при помощи винта 9, а её величину можно определить при помощи шкалы на колонке 3.

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Проверьте, заземлен ли прибор. Включите сетевой шнур в сеть 220 В. Нажмите переключатель «сеть». При этом все индикаторы измерителя показывают цифру ноль и горит лампочка фотоэлектрического датчика. Прибор готов к работе.

Определение ускорения свободного падения при помощи математического маятника

1. Нижний кронштейн вместе с фотоэлектрическим датчиком установить в нижней части колонки, обращая внимание на то, чтобы верхняя грань кронштейна показывала на шкале длину не менее 50 см. Затяните винт, фиксируя фотоэлектрический датчик в избранном положении. С помощью верхнего кронштейна поместите над датчиком математический маятник. Вращая винт на верхнем кронштейне, установите длину математического маятника 1. Обратите внимание на то, чтобы черта на шарике была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика.

2. Приведите маятник в колебательное движение, отклонив шарик на $4-5^\circ$ от положения равновесия.

3. Нажмите кнопку «СБРОС». После подсчета измерителем 15–20 полных колебаний нажмите кнопку «СТОП». Определите период колебаний маятника по формуле $T=t/n$, где n – число колебаний, t – показание миллисекундомера.

4. По формуле (8) определите ускорение свободного падения. Выполните это упражнение для нескольких длин l и амплитуд A маятника. Все данные занести в таблицу. (Величину амплитуды можно оценить с помощью масштабной линейки).

n	t, с	T, с	l, см	A, см	g, м/с ²
---	------	------	-------	-------	---------------------

5. Проверьте, зависит ли период колебаний математического маятника от длины маятника и его амплитуды.

6. Рассчитайте среднюю абсолютную и среднюю относительную ошибки определения величины ускорения свободного падения.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Примеры колебательного движения.
2. Что такое периодические колебания? Гармонические колебания.
3. Период, частота колебаний, фаза, амплитуда.
4. Уравнение колебаний математического маятника. Решение уравнения.
5. Собственная частота колебаний, период колебаний математического маятника.
6. Физический маятник. Приведенная длина физического маятника.
7. Уравнение движения физического маятника. Решение уравнения.
8. Собственная циклическая частоты колебаний. Период колебания.
9. Смещение, скорость, ускорение колеблющейся точки, их графическая зависимость от времени.
10. Энергия тела, совершающего гармонические колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – Т. 1. – Любое издание.
2. Савельев И.А. Курс общей физики / И.А. Савельев. – Т. 1, 2. – Любое издание.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики / Д.В. Сивухин. – Т. 1. – Любое издание.
4. Яворский Б.М. Основы физики / Б.М. Яворский, А.А. Пинский. – Т. 2. – Любое издание.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Лабораторная работа № 1. Определение плотности тел, имеющих правильную геометрическую форму.....	14
Лабораторная работа № 2. Исследование вращательного движения твердых тел с помощью маятника Обербека.....	24
Лабораторная работа № 3. Изучение законов динамики поступательного движения с помощью машины Атвуда.....	28
Лабораторная работа № 4. Определение моментов инерции твердых тел при помощи крутильных колебаний.....	32
Лабораторная работа № 5. Гироскоп.....	37
Лабораторная работа № 6. Определение моментов инерции тел с помощью маятника Максвелла.....	41
Лабораторная работа № 7. Затухающие крутильные колебания.....	45
Лабораторная работа № 8. Исследование закона сохранения импульса при центральном ударе шаров.....	50
Лабораторная работа № 9. Исследование законов колебательного движения математического и физического маятников. Определение ускорения свободного падения.....	55

Учебное издание

ГОЛЬДФАРБ Михаил Владимирович,
НАСОНОВ Алексей Альбертович,
ЛИПИНА Елена Николаевна,
ЕРЕМИН Владимир Сергеевич

**ОБЩАЯ ФИЗИКА.
МЕХАНИКА**

*Учебно-методическое пособие
для студентов I курса физико-математического факультета*

Изготовление оригинала-макета: *Ю.С. Топоркова*

Налоговая льгота – общероссийский классификатор
продукции ОК-005-93, том 2; 953000 – книги, брошюры

Подписано в печать 12.12.2011. Формат 60×84¹/₁₆. Бумага газетная.
Печать трафаретная. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 4. Уч.-изд. л. 3,72.
Заказ 231. Тираж 50 экз.

Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Воронежский государственный педагогический университет».
Отпечатано в типографии университета.
394043, г. Воронеж, ул. Ленина, 86. Тел. (473) 2-55-58-32, 2-55-61-83.

